DOI:10.13409/j.cnki.jdpme.20250501002

砂土液化不变性理论*

陈国兴[1,2]，吴　琪[1,2]，Charng Hsein JUANG[3]

（1.南京工业大学岩土工程研究所，江苏 南京 210009；2.江苏省土木工程防震技术研究中心，江苏 南京 210009；
3. Emeritus College，Clemson University，SC 29634，USA）

摘要：由于地震动和海浪的随机性、可液化土的多样性以及砂土液化机制的复杂性，当前对液化机理、多因素影响下超静孔隙水压力（u_e）的增长规律及液化触发准则等基础问题仍存在争议。陈国兴等基于数十年的研究，提出了砂土液化不变性理论。该理论揭示了循环加载下可液化土的状态阈值不变性及控制循环行为与固-液相变的内在规律不变性，构建了基于物理力学关联不变性的场地液化评价的普适新范式。该理论包括以下四方面：(1)对初始物理状态确定的可液化土，门槛广义剪应变是区分土的非线性弹性与弹塑性状态的本征指标，其值为定值。单位体积累积耗散能（W_e）与广义剪应变幅值（γ_{ga}）之间服从幂律关系，体现了本构行为的物理不变性；(2)土颗粒-组构系统的演化是可液化土中u_e增长的基本物理力学机制，其伴生的土的物理状态改变是驱动u_e增长的内因，且不同循环加载下u_e增长速率的差异主要源自剪应变率的差异。固-液混合相向液相转变的边际峰值孔压比（$r_{u,\mathrm{pm}}$）兼具力学与物理双重不变性。$r_{u,\mathrm{pm}}=0.90$可作为室内单元试验和现场土的液化触发判据。单元体循环应力比（USR）与液化触发（相应$r_{u,\mathrm{pm}}=0.90$）所需循环次数（N_{clt}）呈负幂律关系，构成固-液混合相与液相的相变阈值线。USR-N_{clt}曲线仅取决于可液化土的初始状态；(3)等效骨架孔隙比可作为粒状土物理状态的单变量表征指标。当细颗粒含量低于其阈值时，其与15次循环抗液化强度及应力修正的剪切波速呈负幂律关系。基于此，构建了基于物理状态指标的场地液化评价的普适新范式；(4)以广义剪应变作为等效剪应变（γ_{eq}）指标，以增量$\Delta\gamma_{eq}=0$作为所构建的广义非Masing非线性滞回本构模型的加/卸载判据。该应变反转判据与应力-应变的滞回路径无关。最大剪切模量与极（最大、最小）孔隙比的物理关联性具有不变的数学形式。宽应变范围的等效割线剪切模量与阻尼比可通过剪应力/应变的自/互相关函数提取，其算法兼具数学形式与物理机制的不变性。峰值孔压比r_{up}与γ_{ga}存在普适性关联形式；基于物理的峰值孔压增量（Δu_{ep}）模型呈现本构行为-数学形式-循环加载条件的三重不变性。广义非Masing本构模型与Δu_{ep}模型的耦合形构成新的有效应力本构模型。提出了两种基于u_e的场地液化评价的通用新方法：基于r_{up}模型的总应力法和基于Δu_{ep}模型的有效应力法。该理论可为科学界与工程界重新诠释液化机制、改进液化评价范式及制定液化灾害防控策略提供统一的理论基础。

关键词：砂土液化；不变性理论；液化机理；固-液相变；液化触发准则；等效状态理论；场地液化评价范式
中图分类号：TU443　　**文献标识码：**A　　**文章编号：**1672-2132(2025)06-1311-60

Invariance Theory of Sand Liquefaction under Cyclic Loadings

CHEN Guoxing[1,2]，WU Qi[1,2]，Charng Hsein JUANG[3]

（1. Institute of Geotechnical Engineering，Nanjing Tech University，Nanjing 210009，China；
2. Civil Engineering and Earthquake Disaster Prevention Center of Jiangsu Province，Nanjing 210009，China；
3. Emeritus College，Clemson University，SC 29634，USA）

Abstract: Due to the uncertainties in seismic motions and storm waves，the diversity of liquefiable

* **收稿日期：**2025-05-01；**修回日期：**2025-05-09
基金项目：国家自然科学基金项目(52278503，52378346)资助
作者简介：陈国兴(1963—)，男，教授，博士。主要从事土动力学与岩土地震工程研究。E-mail: gxc6307@163.com

soils, and the complexity of sand liquefaction mechanisms, fundamental issues such as fundamental physico-mechanical mechanisms behind excess pore water pressure (u_e) generation in a liquefiable soil, the collective effects of multifactorial interactions on ue generation, and liquefaction triggering criteria remain unclear. Based on decades of studies, Chen et al. proposed an invariance theory of sand liquefaction, incorporating invariant state thresholds and intrinsic laws governing cyclic behavior and solid-liquid phase-transitions, which lead to a universal paradigm for site liquefaction evaluation rooted in invariant physical and mechanical correlations. This novel theory of sand liquefaction mainly includes the following four aspects. (1) For a liquefiable soil at a specific initial physical state, the threshold generalized shear strain is an intrinsic index that distinguishes nonlinear elastic and elastoplastic states, with a constant value. A power-law relationship is observed between cumulative dissipated energy per unit volume (W_c) and generalized shear strain amplitude (γ_{ga}), reflecting the invariance in constitutive behavior. (2) The evolution of soil particle-fabric system governs ue generation in liquefiable soils through physico-mechanical mechanisms, with physical state changes serving as the intrinsic mechanism driving u_e generation. Differences in u_e generation rates under various cyclic loadings primarily stem from corresponding differences in shear strain rates. The marginal peak excess pore pressure ratio ($r_{u,pm}$), marking the transition from a solid-liquid mixed phase to a transiently viscous fluid phase, exhibits dual invariance in mechanics and physics. A $r_{u,pm}$ value of 0.90 can be used as a liquefaction triggering criterion for soils both in laboratory element tests and field conditions. The relationship between USR (unit cyclic stress ratio) and N_{clt} (number of cycles required to trigger liquefaction defined by $r_{u,pm}=0.90$) follows a negative power-law, thereby forming the threshold state line between the solid-liquid mixed phase and the liquid phase. This USR-N_{clt} curve depends solely on the initial state of the soil. (3) The equivalent skeleton void ratio (e^*_{sk}) serves as a single-variable proxy for the physical state of granular soils. For soils with fines particle content below a threshold, negative power-laws exist in the correlations between liquefaction resistance (CRR_{15} or URR_{15}) in 15 cycles and e^*_{sk}, and between the stress-corrected shear-wave velocity (V_{s1}) and e^*_{sk}. Based on the principle of mapping transitivity, a unique correspondence between CRR_{15} and V_{s1}, i.e., liquefaction triggering curve, can be established through the index e^*_{sk}, indicating a novel and universal paradigm for site liquefaction potential evaluation. (4) The generalized shear strain serves as an equivalent shear strain (γ_{eq}) proxy for reflecting the 2D and 3D stress-strain state. A shear strain reversal at the irregular stress-strain loops of cycles in the Chen et al.′s generalized non-Masing, nonlinear, and hysteretic constitutive model of soil will occur when the incremental shear strain $\Delta\gamma_{eq}=0$. This strain reversal criterion is independent of the stress-strain hysteretic paths. The physical correlation between the maximum shear modulus and the extreme (maximum and minimum) void ratios exhibits an invariant mathematical form. Equivalent secant shear modulus and damping ratio across a wide strain range can be calculated through the shear stress/strain autocorrelation/cross-correlation functions, with algorithms invariant in mathematical form and physical mechanism. The physics-based model for the peak pore pressure increment (Δu_{ep}) demonstrates triple invariance in constitutive behavior, mathematical form, and cyclic loading conditions. A universal correlation links the peak pore pressure ratio (r_{up}) to γ_{ga}. The coupling of the Chen et al.′s non-Masing constitutive model and the Chen et al.′s Δu_{ep} model yields a novel effective stress-strain constitutive model of soil. Consequently, two novel universal site liquefaction potential evaluation methods are established: a total stress method (r_{up} model-based) and an effective stress method (Δu_{ep} model-based). The invariance theory provides a unified basis for refining liquefaction mechanisms, improving evaluation methodologies, and advancing mitigation strategies in geotechnical earthquake engineering. The

insights derived from decades of research, as reported in this study, will potentially enable the scientific and engineering communities to reinterpret the liquefaction mechanism, its evaluation paradigms, and liquefaction mitigation strategies.

Keywords: sand liquefaction; invariance theory; liquefaction mechanism; solid-liquid phase transition; liquefaction triggering criterion; equivalent state theory; site liquefaction evaluation paradigm

0 引 言

由于超静孔隙水压力(超静孔压)(u_e)增长导致无黏性土及低塑性细粒土从固态转变为液态的现象,通常称之为砂土(土壤)液化。地震与海浪引发的砂土液化对人类社会、经济、环境构成严重威胁。现存的最早砂土液化记录见于《竹书纪年》对公元前2222年永济蒲州M 5½级地震的描述[1]。《宋史》亦载有1143年银川M 6½级地震引发的大规模液化现象[2]。18~19世纪世界各地大地震中引起的大规模砂土液化现象及其严重后果的案例包括:1755年里斯本M 8.5-9.0地震[3]、1811~1812年新马德里M 7.5-7.7地震序列[4]、1886年查尔斯顿M 6.9-7.3地震[5]。20世纪以来,砂土液化灾害频发,典型案例包括:1923年关东M 7.9[6]、1964年新潟M 7.5[7]与阿拉斯加M 9.2[8]、1966年邢台6.8级和7.2级地震序列[9]、1976年唐山M 7.8[10]、1995年阪神M 6.9[11]、2008年汶川M 8.0[12]、2010年智利M 8.8[13]、2011年东日本M 9.0[13]和新西兰基督城M 6.2[14]及2018年帕卢M 7.5[15]地震。2023年土耳其M 7.8和M 7.6双地震再次证实了砂土液化灾害的严重性[16]。这些震害启示:准确评估砂土液化势与后果至关重要[17]。砂土液化致灾效应主要体现为:(1)地基失效与侧向扩展;(2)地下结构上浮;(3)建(构)筑物沉降倾斜;(4)土工结构破坏;(5)护岸与挡墙损毁。

砂土液化研究始于1960年代黄文熙[18]、汪闻韶[19]、Y. Ohsaki[7]和H. B. Seed与K. L. Lee[20]的开创性工作。1965年汪闻韶[21]通过循环三轴试验证实了粉质砂壤土对振动很敏感,容易液化。1964年日本新潟地震、美国阿拉斯加地震和我国1966年邢台地震对推动砂土液化研究与应用起了重要作用。自此以来,砂土液化问题始终是地震工程、岩土工程和工程地质多学科叉领域的重要课题。当前工程实践中,普遍采用孔压比r_u=1.0作为砂土液化的触发准则[17-18,20,22-24],其中,r_u定义为u_e与初始有效竖向应力σ'_{vc}(不排水循环直剪(CSS)试验或现场研究)或均等固结(静剪应力τ_s= 0)结束时的初始有效固结应力p'_0(不排水循环三轴(CTX)、循环扭剪(CTS)、循环扭转—三轴耦合(CATC)或多向循环空心圆柱体(MCHC)试验)之比:$r_u=u_e/\sigma'_{vc}$或$r_u=u_e/p'_0$。但针对粉砂、砂质粉土等细粒土,因其循环失效时r_u通常难以达到1.0,K. Ishihara建议液化触发准则采用r_u=0.90—0.95[24]。室内单元试验通常也采用基于应变的液化触发或循环失效准则,如单幅剪应变γ_{ca}=3%[24]、5%[25]或6%[26],双幅轴应变ε_{cda}=5%[27],偏应变幅值γ_{qa}=2.5%[28]或广义剪应变幅值γ_{ga}=2.5%[29-32]。液化触发准则的多样性意味着液化触发及相应的抗液化强度的定义仍存争议。

现行的场地液化评估方法主要有三类。第一类是基于室内单元试验的方法,始于1960年代[18,20,25],通过施加的循环应力比CSR与达到给定的液化准则所需循环次数N_c的关系表征土的抗液化能力[33-35]。该方法受限于原状土样获取的难度,适用于易取得未扰动原状土样的可液化土,如无塑性、低塑性粉土等[36],且CSR-N_c曲线对应力路径敏感[28-29],不同的液化准则易导致结论的分歧。第二类是基于现场经验的方法,始于1970年代初,通过原位测试(如标准贯入试验SPT、静力触探试验CPT、剪切波速V_s试验)指标与现场液化案例建立统计关系[37-53]。该类方法对给定地震动下原位土中CSR的估计存在显著不确定性,且基于不同原位试验的方法经常导致同一沉积土抗液化强度不同的结论。此外,在已建立的液化触发评价图中,基于现场的液化触发曲线是与给定场地可液化土的类型无关的。陈国兴等[53]从确定性方法和概率法分析的角度回顾了欧美国家在场地液化评估中最广泛应用的"简化方法"[37-38,47]的演变与最新发展,对于纯砂和低黏粒含量($\rho_c\leqslant$5%)的砂类土,该"简化方法"(也称为Seed法)与我国《工业与民用建筑抗震设计规范》(TJ11—74, TJ11—78)中的液化判别临界线是极为一致的。应特别指出,现场测试结果表明,与硅质砂相比,潟湖珊瑚砂的标准贯入锤击数和静力触探锥尖阻力值较低但V_s值较高[54]。这种差异导致基于现场经验的方法在应用过程中引入了附加的不确定性。第三类是基于场地反应有效应力分析的方法,始于1970年代中期,通过模拟强地震动作用下原位土中u_e的发展来评估液化与否[22,55-58]。由于将不规则循环加载时程转换为表征

触发液化所需的等效循环次数N_{eq}的确定方法尚无共识[17]，代表性的u_e模型（例如，基于应力的模型[55,59]，基于应变的模型[60]，及其改进模型[56,61-63]）存在局限性，u_e模型对于液化触发的评估不一定是稳健的。此外，基于应力的u_e模型预测的u_e增长速率是与循环应力路径相关的[64-66]。因此，该类u_e模型难以准确预测多向地震动作用的u_e增长。由于珊瑚砂的独特海洋沉积环境（颗粒形状不规则、表面粗糙、富有内孔隙）且碳酸钙含量高达90%以上，珊瑚砂的u_e增长速率明显低于硅质砂[29-30,65]。因此，目前广为应用的基于应力或应变的u_e模型在预测复杂循环加载下各类可液化土u_e增长的适用性仍未可知。需特别注意的是，现有的u_e模型中，有的采用峰值超静孔压（u_{ep}）或峰值孔压比（r_{up}）[28-30,55,59]，有的采用残余超静孔压（u_{er}）或残余孔压比（r_{ur}）[60,67]。图1给出了瞬态、残余和峰值u_e的含义示意图。

60年余来，众多研究者对砂土液化问题进行了深入研究，但由于地震动和海浪固有的随机性、可液化土沉积环境和类型的多样性、土的非线性滞回特性及砂土液化问题的复杂性，目前对砂土液化的基本认识仍存在争议，主要包括：(1)液化机理认识不清；(2)各类因素（可液化土沉积环境、类型、初始状态，循环加载条件）对u_e增长共同影响的规律不明；(3)对液化触发判据及抗液化强度的认知不确定性。这三点正是制约人们科学认识地震和海浪作用下砂土液化问题的瓶颈；同时，珊瑚岛礁基础设施建设面临砂土液化问题的新挑战。

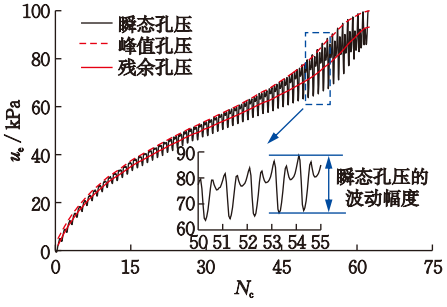


图1　瞬态、残余和峰值超静孔压的含义

Fig.1　Schematic diagram of definitions of transient, residual, and peak excess pore water pressures

针对上述砂土液化的基础性问题，陈国兴及其合作者通过可液化土的室内循环加载单元试验、现场液化案例分析、动力非线性滞回本构模型及基础理论长期的系统性研究，取得了系列原创性发现。在系统性的科学试验中考虑了以下四个方面的因素：(1)试验材料：不同类型（粒径与级配特征，液限，塑性指数）和沉积环境（矿物成分和颗粒形态）的硅质砂类土和细粒土、我国南海（SCS）珊瑚砂类土；(2)初始状态：初始物理状态（细粒含量FC（粒径小于0.075 mm的颗粒），含砾量G_c（粒径不小于5 mm的颗粒含量），密度ρ，相对密度D_r，孔隙比e，骨架孔隙比e_{sk}，等效骨架孔隙比e_{sk}^*）；初始应力状态（初始有效围压p_0'，固结比k_c，固结路径，中主应力系数b_0值）；(3)循环加载条件：循环加载方式（单级、分级；应力/应变控制）、循环应力路径、频率f（0.01、0.05、0.1、0.5、1、2和4 Hz）、循环应力水平（CSR）、中主应力系数b值；(4)试验类型：弯曲元（BE）和共振柱（RC）试验，CTX、CTS、CATC和MCHC试验，大型振动台试验；(5)排水条件：排水/不排水试验。试验施加的循环应力路径及其代码详见附录A；应力和应变分量的数据解释方程详见附录B。图2展示了陈国兴及其合作者通过试验测量的不同循环加载条件下各类可液化土的r_u与N_c的关系曲线[74]。由图2可知，由于u_e增长引起的砂土液化机理极为复杂。本文将循环加载下可液化土的状态阈值不变性及控制循环行为与固-液相变的内在规律不变性（物理守恒特性、物理判据不变性、物理力学关联不变性、数学形式不变性、参数算法不变性），以及基于物理力学关联不变性的场地液化评价通用方法，统称为“砂土液化不变性理论”。该理论可为复杂动力环境下砂土液化机制解释、场地液化势准确评价及减轻液化灾害策略制定提供科学依据。

1　广义剪应变幅值的本征属性

1.1　门槛广义剪应变的固有属性与唯一性

循环加载下砂类土的力学行为极为复杂。不排水循环加载条件下，饱和砂类土可能发生剪切模量G的衰退和u_e的增长；而在排水循环加载条件下，砂类土可能发生密实化现象，表现为循环体应变ε_v的累积。值得注意的是，对于很低应力水平的循环加载，无论排水与否，砂类土在循环软化前均可能会发生循环硬化，即G随循环次数N_c的增大呈现出先增大后减小的现象。文献中提出了三个循环门槛剪应变γ_{th}的概念，用于表征砂类土的u_e、ε_v或G的变化规律。然而，不同研究者对γ_{th}的定义和解释存在细微差异，导致同一种砂类土基于上述三种现象确定的γ_{th}值可能具有明显差异。

在不排水循环加载下，当循环剪应变幅值γ_{ca}低于超静孔压门槛剪应变$\gamma_{th,p}$时，饱和砂类土不会产生u_e或其累积量可忽略不计[75-76]；在排水循环加载下，当γ_{ca}低于循环体变门槛剪应变$\gamma_{th,v}$时，砂类土不会产生ε_v或其累积量几乎为零[75-76]。对某些循环加载方式，砂类土会呈现出先模量硬化后衰退的力学

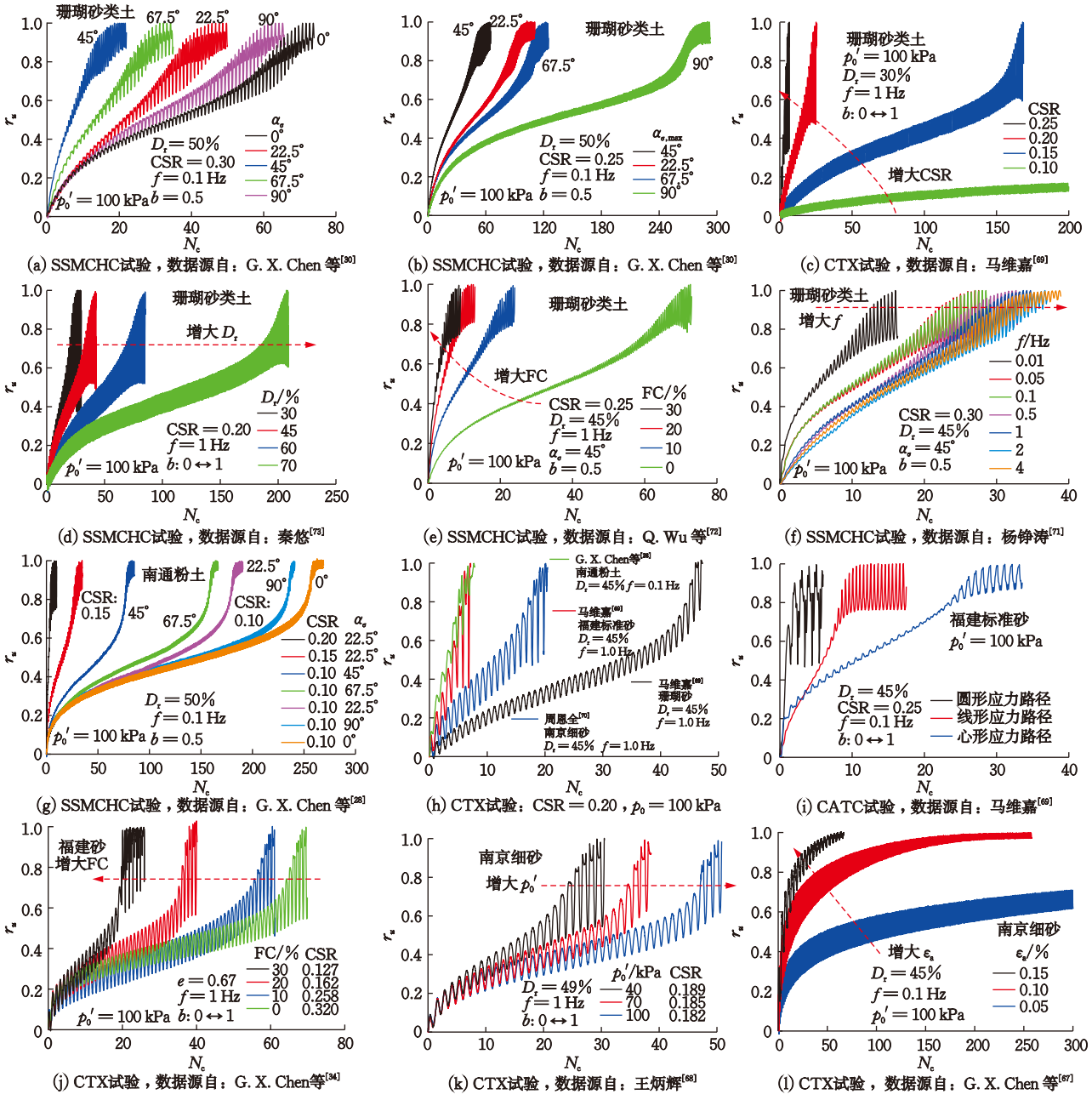


图2　不排水循环加载下不同可液化土的r_u随N_c的变化[74]

Fig.2　Variation of excess pore water pressure ratio r_u with numbers of cycles N_c for different liquefiable soils under undrained cyclic loadings[74]

行为。γ_{ca}低于$\gamma_{th,d}$时不发生循环衰退而高于$\gamma_{th,d}$时循环衰退发生，则$\gamma_{th,d}$称为循环衰退门槛剪应变[71,77-80]。此类复杂力学行为可归结为两种机制的耦合效应：其一为循环变形和颗粒间接触面磨损所导致的颗粒接触点重构引起的结构硬化；其二为u_e增长导致有效应力降低而诱发的结构软化[78]。对$\gamma_{th,p}$和$\gamma_{th,v}$的研究较为充分，但对$\gamma_{th,d}$的研究甚少。

表1汇总了文献中不同类型的砂类土通过不同试验方法得到的$\gamma_{th,p}$或$\gamma_{th,v}$值[60,75,80-94]。结果表明，多数砂类土的$\gamma_{th,p}$或$\gamma_{th,v}$值介于0.01%～0.03%，但不同类型砂类土的具体数值范围较宽(0.001%～0.09%)。R. Dobry和T. Abdoun[95]对17篇文献的数据分析表明，砂类土的$\gamma_{th,p}$或$\gamma_{th,v}$值介于0.005%～0.02%，其代表性值为0.01%。需特别指出，多数研究者将不排水CTX试验的轴应变幅值ε_{ca}换算为γ_{ca}时，默认γ_{ca}=1.5ε_{ca}，即假定动泊松比ν_d=0.5。然而，G. X. Chen等研究表明：实际的ν_d值与应变水平密切相关[67,96-97]，且可通过迭代方法精准确定应变相容的ν_d值[67]。显然，对CTX和CATC试验，取ν_d=0.5会导致$\gamma_{th,p}$或$\gamma_{th,v}$值的附加误差。

表1　不同砂类土门槛剪应变 $\gamma_{th,p}$ 或 $\gamma_{th,v}$ 的试验值(文献数据)

Table 1　Tested values of threshold shear strain $\gamma_{th,p}$ or $\gamma_{th,v}$ for different sandy soils in literature

文献	试验类型与条件	砂类土的类型和状态	$\gamma_{th,p}$ 或 $\gamma_{th,v}$/%
R. Dobry 等[60]	应变控制不排水CSS，CTX和CTTX试验：σ'_{v0}= 96 kPa; p'_0= 96 kPa	饱和Banding砂，D_r = 40，60% 饱和Monterey No. 0砂，D_r = 45%，60%	Banding砂：0.017～0.045 Monterey砂：0.035～0.09
R. Dobry 等[75]和 R. S. Ladd 等[81]	应变控制不排水CTX试验：p'_0= 24～192 kPa	饱和Monterey No. 0砂，D_r = 45%，60%，80%	0.01～0.015
A. R. Mortezaie[80]	应变控制不排水CSS试验：p'_0= 154，216，220 kPa; f= 0.01，0.1 Hz	均质，饱和Nevada砂，e = 0.66	0.007～0.013
J.E. Saathoff 和 M. Achmus[82]	RC试验：p'_0= 50～250 kPa； 应变控制不排水CSS试验：σ'_{v0}= 100，150，200，400，600 kPa，f = 0.5 Hz	砂：S30T，ALG，G12T，D_r =85%	0.002～0.03
A. Jana 等[83]	应变控制不排水、常体积CSS试验：σ'_{v0} = 240 kPa; f = 0.1 Hz	Portland砂：D_r =51%	0.008～0.01
R. M. Chung 等[84]	RC试验，p'_0= 96.3 kPa	饱和Monterey No. 0砂，D_r ≈ 60%	0.001～0.0026
K.Hazirbaba 和 E. M. Rathje[85]	应变控制不排水CSS试验：σ'_{v0}= 100 kPa	饱和Monterey No. 0/30砂和含无塑性细粒的粉质砂，D_r = 50%	洁净砂：≈ 0.01 粉质砂：≈ 0.03
R. Dyvik 等[86]	应变控制不排水CTX试验：p'_0= 96，110，130，140 kPa，k_c= 1.0～2.0	饱和Banding砂，D_r = 20%，60% 饱和Monterey No. 0砂，D_r = 20%，60%	Banding砂：0.008～0.009 Monterey No. 0砂：≈ 0.01
NRC[87]	不同制样方法的应变控制不排水CTX试验：p'_0 = 25～190 kPa	8种饱和的洁净砂和粉质砂，D_r = 20%～80%	0.01～0.015
M. E. Hynes-Griffin[88]	排水CTX试验：p'_0= 137.8 kPa，k_c = 0.5～2.0	饱和Monterey砾质砂，D_r =25%～45%	0.005～0.02
D. S. Kim 和 Y. M. Choo[89]	不排水CSS试验：p'_0= 30～200 kPa	饱和Toyoura砂 D_r = 40%，50%，58%，72%.	0.01～0.025
W. J. Chang 等[90]	原位试验：σ'_{v0}=12.7 kPa	洁净集料砂：D_r = 36%	≈ 0.005
C. C. Hsu 和 M.Vucetic[91]	应变控制排水CSS试验：σ_{v0}=98 kPa	干燥Navada砂，e =0.593～0.643	0.013～0.017
C. C. Hsu 和 M. Vucetic[91]	应变控制排水CSS试验：σ_{v0}=159 kPa	部分饱和La Cienaga粉质砂，e = 0.51	0.011～0.016
T. L. Youd[92]	排水CSS试验：σ_{v0}=5～192 kPa	饱和，洁净Ottawa砂 e = 0.55，D_r =77%	0.010～0.020
M. Silver 和 H. B. Seed[93]	排水CSS试验：σ_{v0}=24～191 kPa	均质，洁净，干燥Crystal Silica No. 20砂，D_r =45%，60%，80%	0.020～0.040
B. R. Cox[94]	原位试验：σ'_{v0}= 53.7 kPa	Wildlife场地的天然粉质砂层	0.01～0.02

注：CSS试验指循环直剪试验

此外，试样制备技术与饱和度、测试仪器类型与原理、试验类型与排水条件、测试信号噪音，以及可液化土的颗粒级配、物理状态、矿物组成和颗粒形态等因素，均会导致测试数据的随机不确定性和/或系统性不确定性，导致不同单一因素对门槛剪应变的影响规律不同。例如：D. S. Kim 和 Y. W. Choo[89]的研究表明，$\gamma_{th,p}$ 随初始有效围压 p'_0 或竖向应力 σ'_{v0} 的增大略有增加，但与孔隙比 e 几乎无关；而 J. E. Saathoff 和 M. Achmus[82]则发现 $\gamma_{th,p}$ 对 p'_0 的变化相当敏感。R. Dobry 等[60]也指出，$\gamma_{th,p}$ 与 D_r 及试验类型密切有关。大多数研究表明，p'_0 低于 200 kPa 时，p'_0 对 $\gamma_{th,p}$ 或 $\gamma_{th,v}$ 的影响甚微[60,81,86]。

获取高质量试验数据是准确测定门槛应变的前提。陈国兴及其合作者[29-30,65,67,69,71-74,77,97-99]对饱和砂类土开展了系列排水和不排水、单级/多级、应力/应变控制的多向循环加载（SSMCHC/MSMCHC）及循环三轴的对比试验。当 γ_{ga} 小于 1.35%～1.50% 时，γ_{ga} 和 γ_{qa} 几乎是相等的[73-74]。需特别指出：单级和多级CTS试验分别为SSMCHC和MSMCHC试验的特例。此时，γ_{ca}= γ_{qa}= γ_{ga}。试

验结果表明，循环应力路径和频率对$\gamma_{th,p}$、$\gamma_{th,v}$和$\gamma_{th,d}$值的影响甚微，但随D_r的增大而增大。图3展示了峰值孔压比r_{up}与γ_{ga}的关系；图4展示了峰值体应变ε_{vp}与γ_{ga}的关系；图5展示了（等效割线）动剪切模量G与γ_{ca}的关系。应注意，p'_0=100 kPa时，试验仪对r_u和ε_v的测试精度为0.1%。比较图3～图5可以发现，对于给定的砂类土及其D_r，依据不同物理量（u_e、ε_v或G）确定的门槛广义剪应变$\gamma_{ga,th}$值是高度一致的，其微小差异可归因于试验偶然误差。本质上，$\gamma_{ga,th}$是土从非线性弹性向弹塑性行为转变的本征属性指标，其物理状态阈值具有唯一性。在$\gamma_{ga,th}$处土颗粒间摩擦能与组构重构势垒实现动态平衡。这一微观机制决定了$\gamma_{ga,th}$作为本征属性的不变性。该阈值仅取决于可液化土的类型、沉积环境及初始状态，其理论值与测试方法、试验的排水条件及循环加载条件无关。

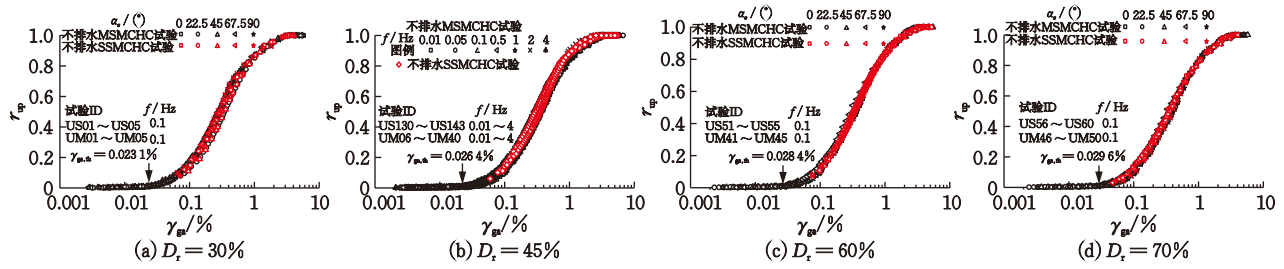


图3　饱和SCS珊瑚砂类土的峰值孔压比r_{up}与广义剪应变幅值γ_{ga}的关系（MCHC试验）[30,74]

Fig.3　Relationship between peak excess pore pressure ratio r_{up} and generalized shear strain amplitude γ_{ga} for saturated SCS coral sandy soils (MCHC test)[30,74]

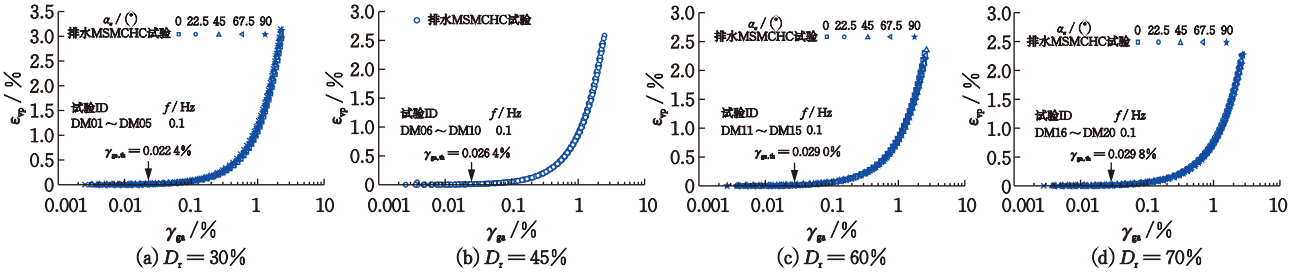


图4　饱和SCS珊瑚砂类土的峰值体应变ε_{vp}与广义剪应变幅值γ_{ga}的关系（MCHC试验）[30,74]

Fig.4　Relationship between peak volumetric strain ε_{vp} and generalized shear strain amplitude γ_{ga} for saturated SCS coral sandy soils (MCHC test)[30,74]

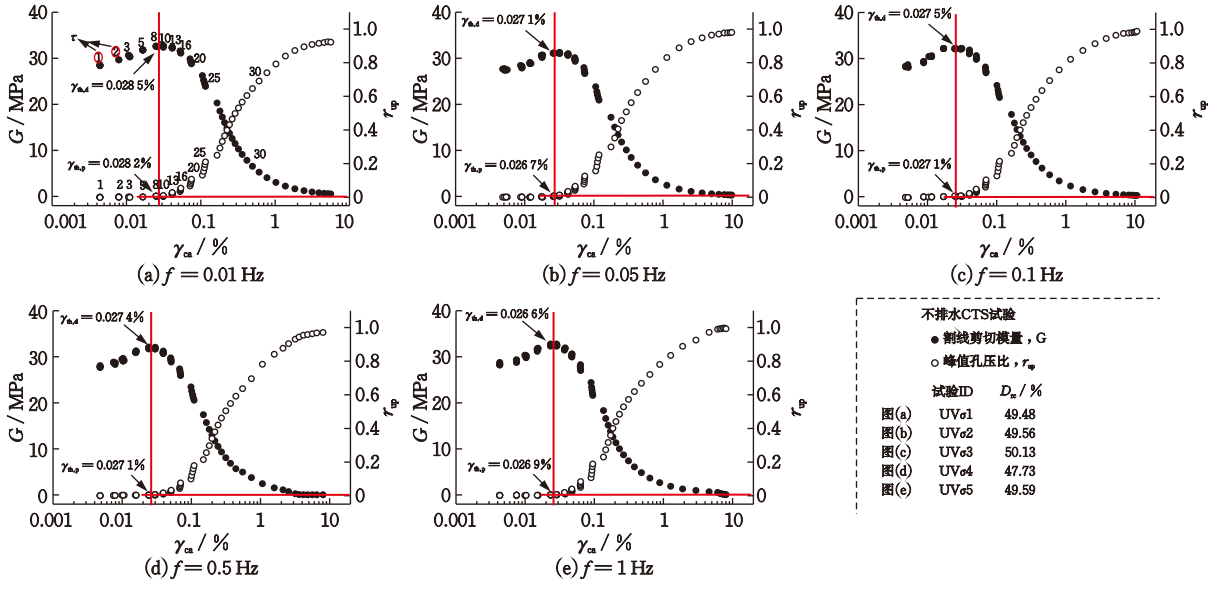


图5　饱和SCS珊瑚砂类土的等效割线剪切模量G，峰值孔压比r_{up}与剪应变幅值γ_{ca}的关系（CTS试验）[71,77]

Fig.5　Variation of equivalent secant shear modulus G and peak excess pore pressure ratio r_{up} with cyclic shear strain amplitude γ_{ca} for saturated SCS coral sandy soils (CTS test)[71,77]

1.2 广义剪应变幅值与单位体积土累积耗散能的唯一性关系

循环应变能耗散是导致u_e产生的直接原因，其与砂类土的组构损伤及塑性压缩变形的累积密切相关[30,65,67,100-104]。单位体积土的累积耗散能W_c定义为应力-应变滞回圈的累积面积：

$$W_c=\sum_{i=1}^{j}\oint_i(\sigma_z\mathrm{d}\varepsilon_z+\sigma_r\mathrm{d}\varepsilon_r+\sigma_\theta\mathrm{d}\varepsilon_\theta+\tau_{z\theta}\mathrm{d}\gamma_{z\theta}) \quad (1)$$

式中，j为循环加载序列的第j次循环；σ_z，σ_r，σ_θ和$\tau_{z\theta}$分别为轴(竖)向、径向、环向和扭剪应力分量；ε_z，ε_r，ε_θ和$\gamma_{z\theta}$分别为轴向、径向、环向和扭剪应变分量；如图A-1所示。需注意，对均等固结MCHC试验，中主应力系数$b=0.5$时$\sigma_r=0$。

G. X. Chen等及其合作者[30,73-74]开展了饱和SCS珊瑚砂类土和硅质Ottawa砂的系列排水、不排水SSMCHC和MSMCHC对比试验($b=0.5$)，以及饱和福建标准砂的不排水CTX对比试验($b=0.5$；b：0↔1(不可控))。试验结果表明，不论排水条件与循环加载条件(0.01～4 Hz)，W_c均随广义剪应变幅值(γ_{ga})呈幂律形式增长(图6)：

$$W_c=\zeta_1(\gamma_{ga})^{\zeta_2} \quad (2)$$

式中，ζ_1为与砂类土的类型和沉积环境相关的系数，主要受D_r的影响；对上述砂类土，系数ζ_2基本为常数。这表明在单元尺度上土的能量耗散与变形幅值的映射关系是独立于外部激励的时空特征的。

室内单元试验已证实：不论循环加载条件(如应力路径、幅值、循环次数、时间序列不规则性)，可液化土中u_e增长(r_u)与W_c存在唯一性关系[65,69,73-74,100-104]。对场地而言，W_c反映了强地震动或海浪的幅值、频率及持续时间的综合影响，在单元尺度上表征了土的应力-应变反应的复杂演化过程。本质上，在地震和海浪作用下现场土的应力/应变空间的演化遵循基本的物理规律，决定了给定位置处的土单元物理状态的改变。值得注意的是，式(2)的物理意义在于：γ_{ga}是单元尺度上表征土的整体变形水平的本征属性指标，其数值仅取决于单位体积土累积耗散能的大小，与地震动或海浪的维度及传播方向无关。因此，式(2)从本质上揭示了土的物理状态变化与应力/应变空间演化之间的内在关系，体现了材料本构行为的不变性。

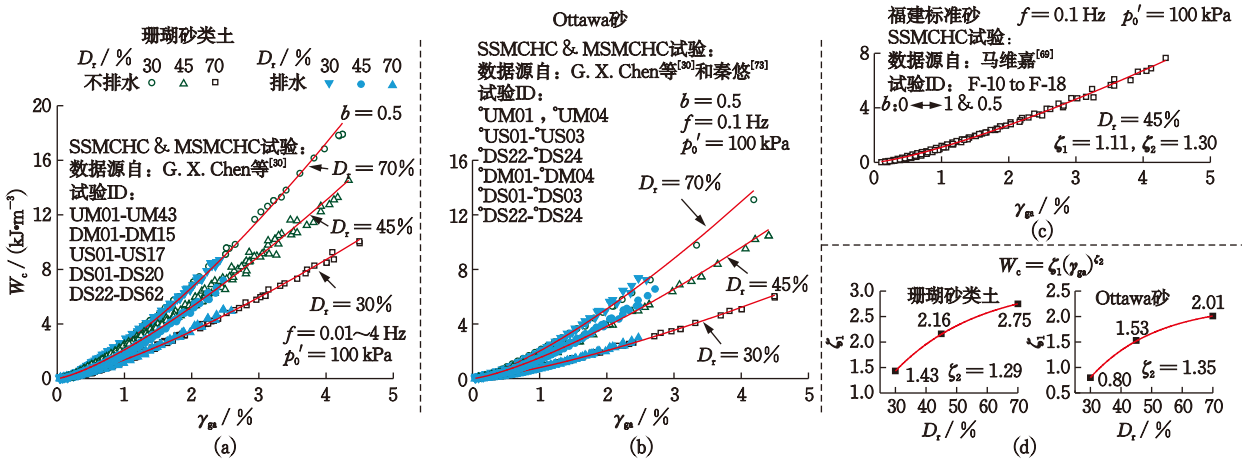


图6 饱和砂类土单位体积累积耗散能W_c和广义剪应变幅值γ_{ga}的关系[74]

Fig.6 Relationship between cumulative dissipated energy per unit volume W_c and generalized shear strain amplitude γ_{ga} for saturated sandy soils[74]

2 基于黏性流体的液化机理及液化触发判据与抗液化触发强度曲线的唯一性

2.1 基于表观黏度的液化触发判据唯一性

循环加载下可液化土的液化失效表现为两种模式：流动失效(类似黏性流体的行为)和循环活动性(u_e的增长导致固态与黏性流体态的瞬态交替)。M. Hamada和K. Wakamatsu[105]将瞬态液化土视为黏性流体，其黏度η定义为：

$$\eta=\tau/\dot{\gamma}_c=\mu_1(\dot{\gamma}_c)^{-\mu_2} \quad (3)$$

式中，τ和$\dot{\gamma}_c$分别为循环剪应力和剪应变率；μ_1和μ_2分别为反映流体稠度和属性的系数[70,106]。对牛顿流体，$\mu_2=1$；对非牛顿流体，$\mu_2<1$。

陈国兴及其合作者通过饱和南京细砂的不排水CTX和大型振动台试验，定义每一周循环加载的

表观黏度η[70,74,106-109]：

$$\eta=\frac{q_{\max}-q_{\min}}{\dot{\gamma}_{q,\max}-\dot{\gamma}_{q,\min}} \tag{4}$$

式中，$q_{\max}$和$q_{\min}$，$\dot{\gamma}_{q,\max}$和$\dot{\gamma}_{q,\min}$分别为最大、最小偏应力和偏应变率（图7）。

试验结果表明，η随峰值孔压比（r_{up}）及循环剪应变率幅值（$\dot{\gamma}_{ca}$）的增大呈幂律降低，表明可液化土具有剪切稀化的非牛顿流体特性[70,74,106-108]。因此，η是定量表征可液化土从固态至黏性流体相变过程中流动特性的物理量[74]，其适用性已被A. Banerjee等[110]、L. Mele等[111-113]、Y. Qin等[114]和Z. H. Wang等[115]的研究证实。

可液化土从非线性弹性到弹塑性的转变发生在u_e开始增长的门槛剪应变$\gamma_{th,p}$处[67,75,116]。当采用广义剪应变时，这一转变发生在门槛广义剪应变（$\gamma_{ga,th}$）处[30,74]。可液化土处于线弹性状态时，η几乎保持最大（初始）表观黏度η_0不变，随后η略微下降直至$\gamma_{ga}>\gamma_{ga,th}$时开始产生$u_e$的累积。在触变流体理论框架下，当$u_e$近似为零时，土处于颗粒组构未损伤的弹性固体状态，其η近似等于η_0；土处于流动状态或瞬态液化失效状态时，其表现为颗粒组构完全破坏的黏性流体，η持续或瞬态趋近最小值η_{fluid}，r_{up}趋近于1.0。基于Moore触变流体理论，Z. H. Wang等[115]发现，当η趋近于η_{fluid}时，可液化土的r_{up}将趋近但不会达到1.0。L. Mele等[113]的研究结果表明，η/η_0随r_u的增长呈广义幂律有理函数形式衰减：当η趋近于η_{fluid}时r_u趋近1.0。试验结果体现出可液化土η_{fluid}值的材料差异性：当r_{up}超过0.95时，不同可液化土的η_{fluid}值分别为[74]：SCS珊瑚砂150～5 000 kPa•s，南通粉土500～700 kPa•s，南京细砂470～560 kPa•s，福建标准砂1 300～1 400 kPa•s。作为参照，低聚环氧树脂和聚乳酸的η_{fluid}值分别为425 kPa•s和8 250 kPa•s[117-118]。

图8展示了循环荷载作用下SCS珊瑚砂类土和福建标准砂试样的η和r_u随N_c的变化，以及采用三点外接圆法[119]计算的η-N_c曲线的曲率特征[74]。在循环加载初期，η基本保持恒定的η_0，土可近似视为

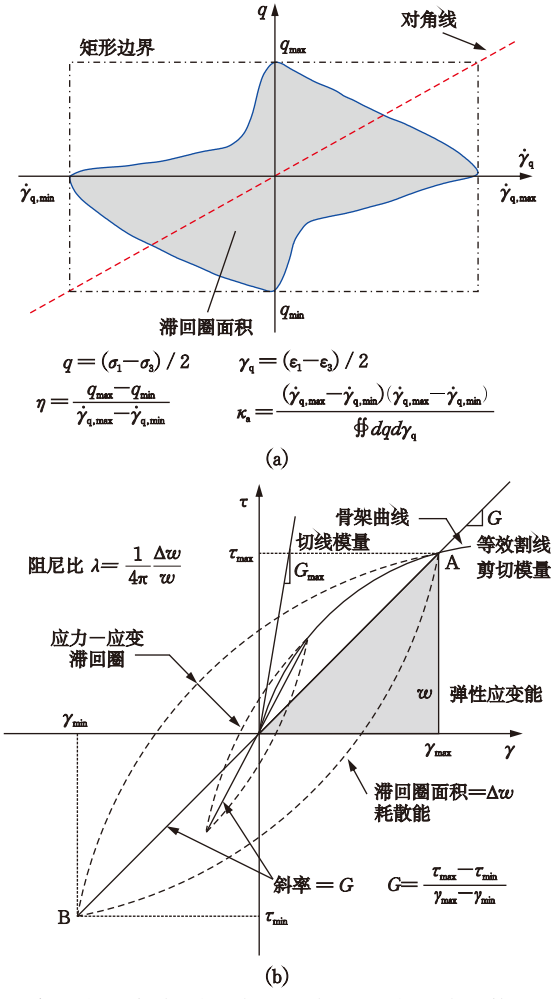


图7　每一循环加载周的表观黏度η、平均流动系数κ_a和等效割线剪切模量G的定义示意图

Fig.7　Schematic diagrams of apparent viscosity η, average flow coefficient κ_a, and equivalent secant shear modulus G for each cycle

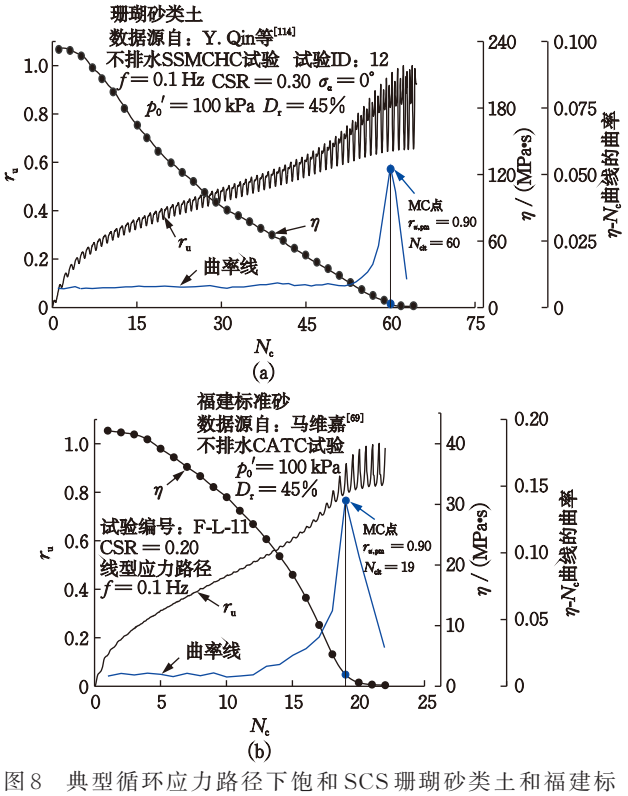


图8　典型循环应力路径下饱和SCS珊瑚砂类土和福建标准砂试样的η和r_u随N_c的变化[74]

Fig.8　Variation of η with N_c and r_u with N_c for saturated SCS coral sandy soil and standard Fujian sand specimens under typical cyclic stress paths[74]

黏弹性固体；随后 η 随 r_u 和 N_c 的增大而快速降低；当 η-N_c 曲线达到最大曲率点（MC）后，η 快速趋近 η_{fluid}，而可液化土在循环活动性（cyclic mobility）过程中由于固态与黏性流体态之间的反复相变产生 r_u 的瞬态波动。η 与 r_u 的相关性表明，η 可以作为量化可液化土颗粒-组构系统从类似固体向类似黏性流体的内部状态演化的指标。

图 9 和图 10 分别给出了 η-r_{up} 和 η-N_c 曲线（统称

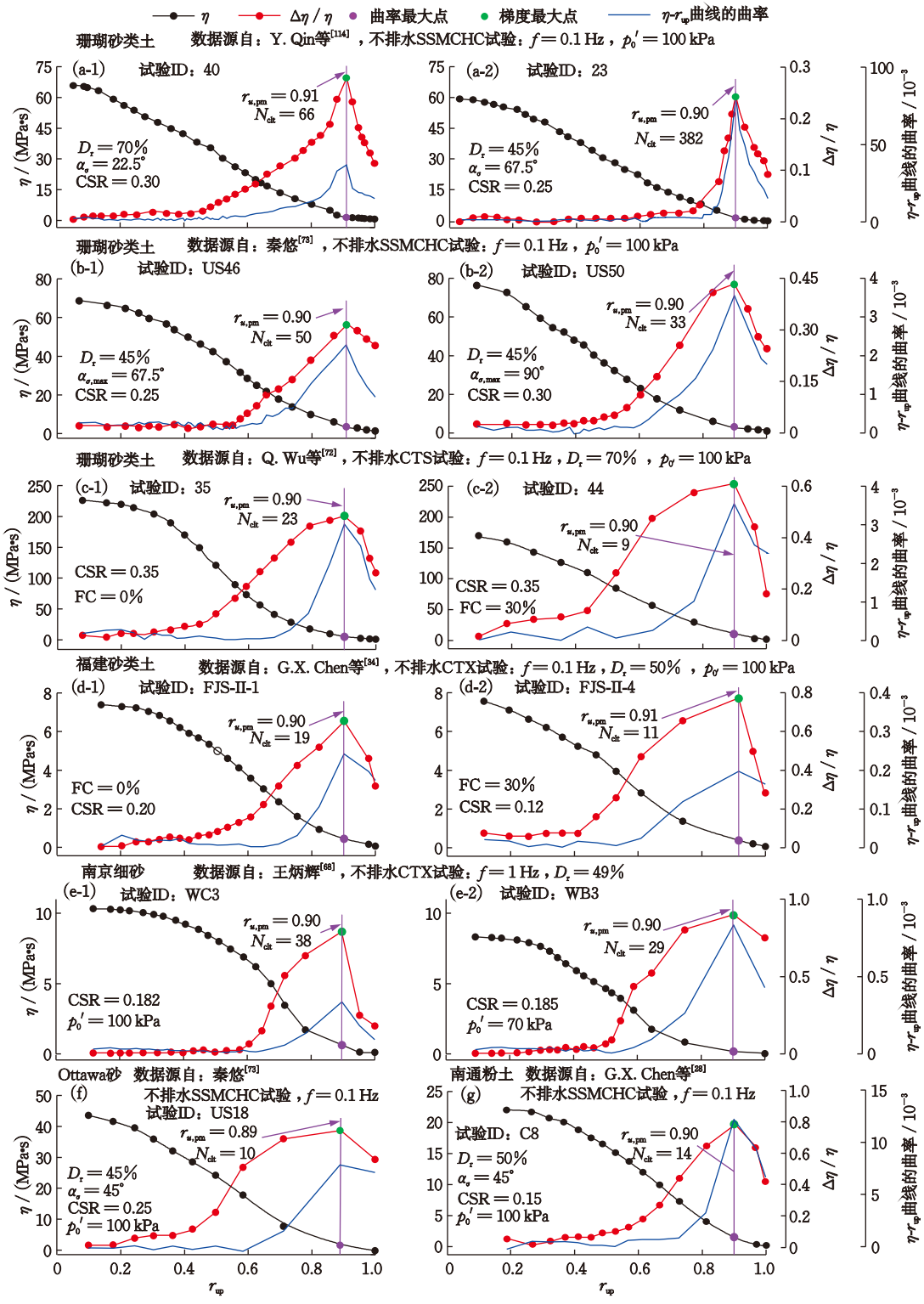


图 9　各类饱和砂类土的 η 和 $\Delta\eta/\eta$ 随 r_{up} 的变化，以及 η-r_{up} 曲线的曲率[74]

Fig.9　Variation of η and $\Delta\eta/\eta$ with r_{up} and curvatures of η-r_{up} curves for saturated, undrained cyclic test specimens for various sandy soils under various cyclic loadings[74]

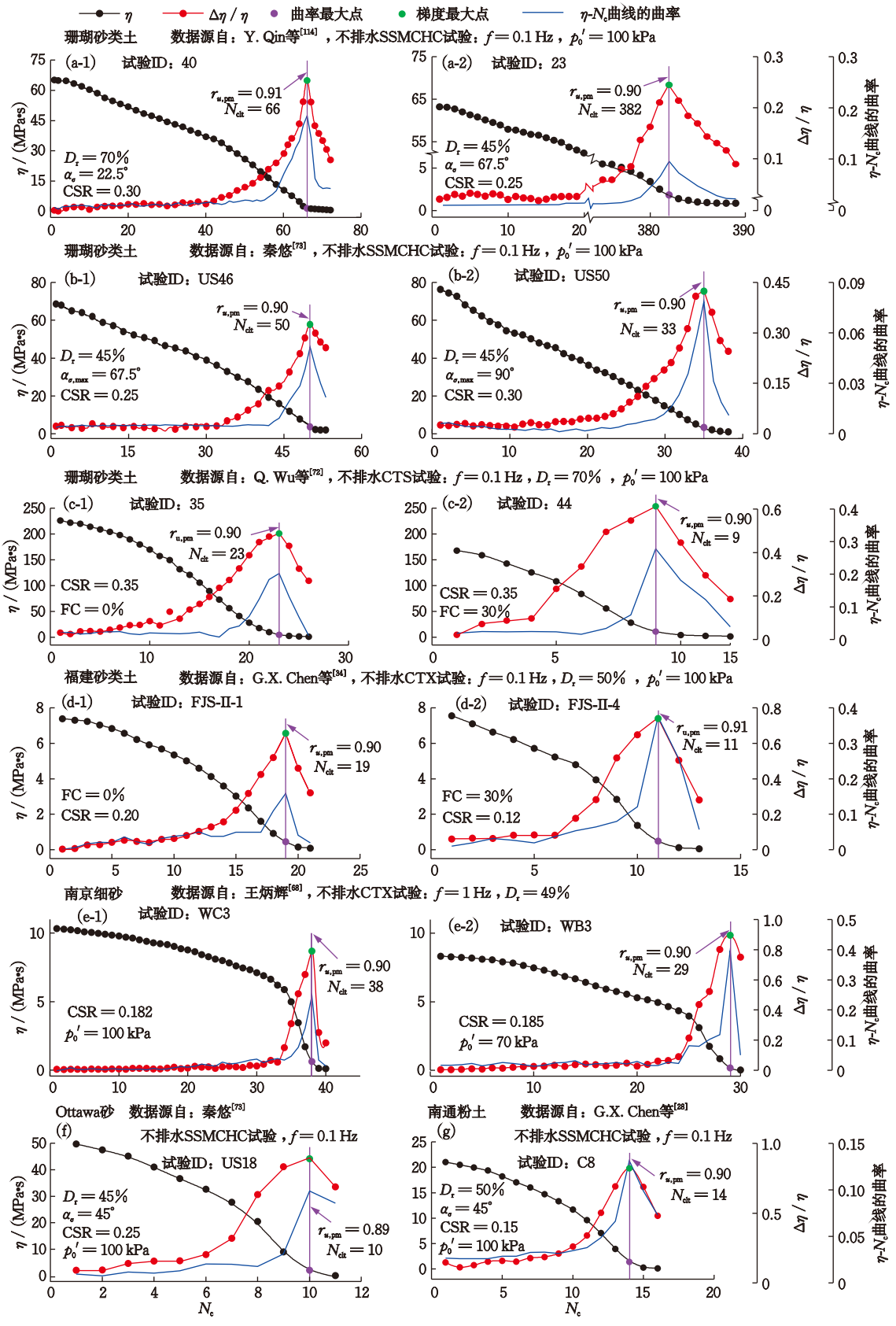


图 10　各类饱和砂类土的 η 和 $\Delta\eta/\eta$ 随 N_c 的变化，以及 η-N_c 曲线的曲率[74]

Fig.10　Variation of η and $\Delta\eta/\eta$ with N_c and curvatures of η-N_c curves for saturated, undrained cyclic test specimens for various sandy soils under various cyclic loadings[74]

表观黏度曲线),以及$\Delta\eta/\eta$-r_{up}与$\Delta\eta/\eta$-N_c曲线(统称表观黏度梯度曲线)[65,74]。其中,$\Delta\eta$为每个加载循环周次的η增量。表观黏度曲线的最大曲率点(MC)与表观黏度梯度曲线的形态反转点(MR)一一对应,且该对应关系与可液化土的相对密度D_r、细粒含量FC,及CSR、循环应力路径和频率f无关。部分工况的MC点与MR点可能因以下原因存在表观偏离:(1)视觉缩放效应;(2)按循环加载一周计算的η实为循环周次均值;(3)循环试验设备的依顺性及应力控制伺服系统维持的困难性。

图9和图10中MC点及对应MR点处的r_{up}与N_c分别记为$r_{u,pm}$与N_{clt}。在MR点之后,不同循环加载条件下各类可液化土的$\Delta\eta/\eta$均急剧下降。FC、D_r、f、CSR及循环应力路径对η-r_{up}和$\Delta\eta/\eta$-r_{up}曲线纵坐标的影响与可液化土的类型、沉积环境、初始状态和循环加载条件等因素密切相关,具有显著的土类差异性;但不同循环加载条件下各类可液化土的η-r_{up}和$\Delta\eta/\eta$-r_{up}曲线的$r_{u,pm}$值几乎一致,约为0.90。这一结果表明,当$r_{u,pm}$=0.90时可液化土已达到液化触发或固-液相变的门槛状态。η-N_c和$\Delta\eta/\eta$-N_c曲线形态呈现显著的土类差异性,N_{clt}值是与FC、D_r、CSR、f及循环应力路径相关的,其共同影响呈现高度复杂性;η-N_c和$\Delta\eta/\eta$-N_c曲线的纵坐标受CSR和循环应力路径的影响显著;f介于0.1~4 Hz时N_{clt}随f的减小而减小,而f介于0.01~0.05 Hz时N_{clt}受f的影响轻微[73]。此外,η-N_c和$\Delta\eta/\eta$-N_c曲线上N_{clt}处对应的$r_{u,pm}$值与η-r_{up}和$\Delta\eta/\eta$-r_{up}曲线上的$r_{u,pm}$值一致,均约为0.90;同时,η-r_{up}和$\Delta\eta/\eta$-r_{up}曲线上$r_{u,pm}$处对应的N_{clt}值与η-N_c和$\Delta\eta/\eta$-N_c曲线上的N_{clt}值完全相同。应力路径方向角α_σ = 45°时粉土的N_{clt}值远小于α_σ = 22.5°时的N_{clt}值,说明α_σ = 45°时粉土更显于液化触发。

试样接近液化时变形显著,应力控制试验的伺服系统可能无法维持所需加载力,导致试样的不排水反应出现不可控或不稳定变化[28,120]。基于η和$\Delta\eta/\eta$曲线确定的液化触发所需的$r_{u,pm}$值几近常数,约为0.90,这一特征不受可液化土的类型、沉积环境、初始状态及循环加载条件的影响。与之形成对比的是,与$r_{u,pm}$值对应的N_{clt}值是与可液化土的类型、沉积环境、初始状态及循环加载条件等多元因素呈现复杂关联。值得关注的是,G. X. Chen等[65]发现偏应变率幅值$\dot{\gamma}_{qa}$与(1−r_{up})的关系服从双曲型关系,经系统验证表明该规律具有普适性特征(图11),其数学形式独立于可液化土的类型、沉积环境、初始状态和循环加载条件等因素。这一发现暗示完全液化土的剪应变率存在极限剪应变率阈值;同时从动力学角度揭示:当外载引起的剪应变率超越极限剪应变率阈值时,饱和砂类土必然会发生液化。因此,可液化土物理状态的改变是超静孔压增长的内在驱动机制,而在不同循环加载条件下可液化土超静孔压增长速率的差异源自剪应变率的差异。这一结论反映了超静孔压增长机制的物理守恒特性。

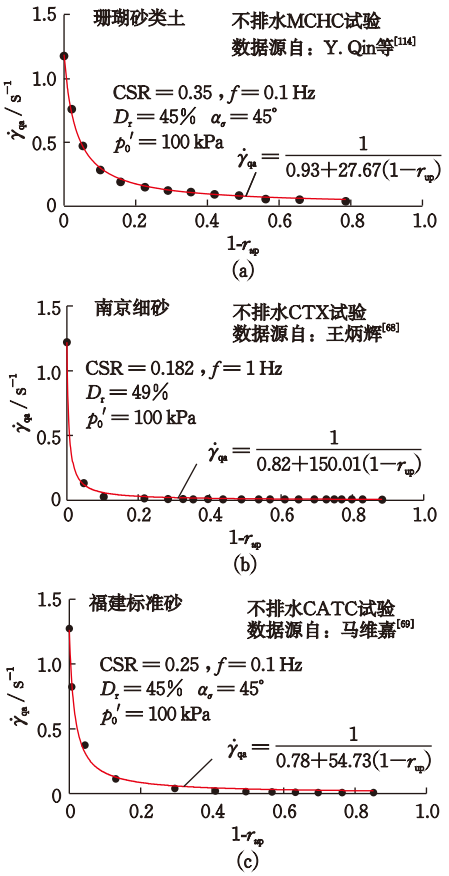


图11 饱和SCS珊瑚砂类土、南京细砂和福建标准砂试样的偏应变率$\dot{\gamma}_{qa}$随峰值孔压比r_{up}的变化

Fig.11 Variation of deviatoric strain rate amplitude $\dot{\gamma}_{qa}$ with increasing r_{up} for undrained cyclic test specimens for saturated SCS coral sandy soil, Nanjing fine sand, and Fujian standard sand under typical cyclic stress paths

2.2 基于平均流动系数的液化触发判据唯一性

采用陈国兴及其合作者[70,109,114,121-122]提出的平均流动系数(κ_a)表征可液化土在固-液相变过程中的流动特性,可定量表征不排水循环加载下可液化的

液化势。每一周循环加载的κ_a定义为：

$$\kappa_a=\frac{(\dot{\gamma}_{q,max}-\dot{\gamma}_{q,min})(\dot{\gamma}_{q,max}-\dot{\gamma}_{q,min})}{\oint\oint dqd\dot{\gamma}_q}=\frac{(q_{max}-q_{min})(\dot{\gamma}_{q,max}-\dot{\gamma}_{q,min})}{\oint\oint dqd\dot{\gamma}_q}\eta^{-1} \tag{5}$$

式中，$\oint\oint dqd\dot{\gamma}_q$为偏应力($q$)与偏应变率($\dot{\gamma}_q$)滞回圈的面积；$(q_{max}-q_{min})(\dot{\gamma}_{q,max}-\dot{\gamma}_{q,min})$为$q$-$\dot{\gamma}_q$滞回圈的外包矩形面积，如图7所示。$\eta$随$N_c$增大而降低(图8～图10)，而$\kappa_a$随$N_c$增大逐渐增大，从而为表征可液化土从固态向瞬态黏性流体演化的过程提供了另一种方法。

图12展示了饱和SCS珊瑚砂类土与南通粉砂试样的r_u-N_c和κ_a-N_c曲线，以及采用三点外接圆法[119]计算的κ_a-N_c曲线的曲率特征。初始加载阶段，处于弹性固态时κ_a接近于零；随着N_c的增大，κ_a呈现渐进式加速增长，r_u也同步瞬态波动增大，表明可液化土向瞬态黏性液相过渡[109,114,121-122]。达到MC后，κ_a随N_c急剧增大，同时r_u的瞬态波动幅度显著，表明瞬态黏性液相充分发展。κ_a和r_u的相关性验证了κ_a作为精确识别液化触发的物理指标的有效性。

κ_a-r_{up}和κ_a-N_c关系统称为流动性曲线，以及$\Delta\kappa_a/\kappa_a$-r_{up}与$\Delta\kappa_a/\kappa_a$-N_c关系统称为流动系数梯度曲线，其中，$\Delta\kappa_a$为每个加载循环周次的κ_a增量[65,74]。从图13、14可知，可液化土的κ_a呈现渐变至快速增长的渐进演化特征，在MC点之后，κ_a急剧增加。值得注意的是，在对应的流动系数梯度曲线上，MC点与MR点具有同步性(对应的N_c相同)。在MR点之后，$\Delta\kappa_a/\kappa_a$曲线骤降。因此，MC点和MR点标志着可液化土从固-液混合相向瞬态黏性流体相的转变。不论FC、D_r、CSR、f和循环应力路径，MC和MR点对应的$r_{u,pm}$值几近相等且近似为0.90；而对应的N_{clt}值是与FC、D_r、CSR、f及循环应力路径相关的。此外，MC和MR点邻近的κ_a和$\Delta\kappa_a/\kappa_a$曲线的纵坐标受CSR和f的影响轻微，但对D_r和循环应力路径的影响相当敏感，且呈现出显著的土类差异性[73-74]。不论可液化土的类型、沉积环境和初始状态，以及循环加载条件，MC点和MR点的$r_{u,pm}$值均近似等于0.90，显示出高度的一致性。

κ_a和$\Delta\kappa_a/\kappa_a$的曲线形态与可液化土的类型、沉积环境、初始状态及循环加载条件密切相关。不论上述四种因素如何变化，基于κ_a和$\Delta\kappa_a/\kappa_a$曲线确定的液化触发判据$r_{u,pm}$值均近似为0.90；与之对比，对应的N_{clt}值则显著受四种因素的影响。因此，κ_a可作为表征可液化土的固-液相变演化过程特征的新指标。

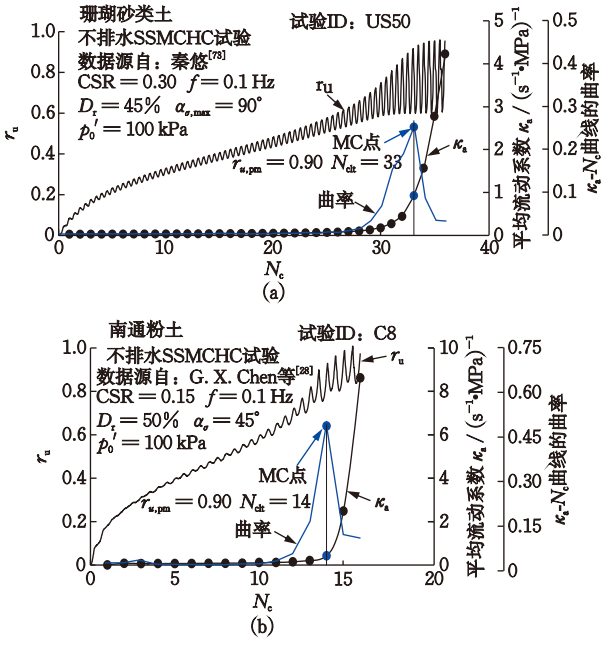


图12　典型循环应力路径下饱和SCS珊瑚砂类土和南通粉土试样的κ_a和r_u随N_c的变化[74]

Fig.12　Variation of κ_a with Nc and r_u with N_c for saturated SCS coral sandy soil and Nantong silt sand specimens under typical cyclic stress paths[74]

2.3　液化触发阈值的不变性与普适性

地表液化迹象(喷砂冒水、裂缝、位移等)本质上是液化后果而非液化触发的表征，导致全球场地液化案例中几乎没有液化触发时刻的物理参量(如应变、u_e)的实测数据。此外，双重数据缺失加剧研究难度：一是能触发场地液化的竖井强震记录极其罕见，二是可液化土的原位动力试验因成本过高而难以普及[83,116]。这导致几乎没有液化触发的原位观测证据。

多因素共同影响试验数据质量：试样制备与饱和、试验仪器类型与原理、试验操作细节等试验条件的差异，以及可液化土的颗粒级配、物理状态、矿物成分与颗粒形态的显著差异，共同导致试验数据存在随机误差和/或系统性误差。尽管基于η与κ_a曲线获取的$r_{u,pm}$值非严格相同，但值得注意的是$r_{u,pm}$呈现显著的稳定性，各种各样的可液化土在不同循环加载条件下的$r_{u,pm}$值几近常数0.90。针对SCS珊

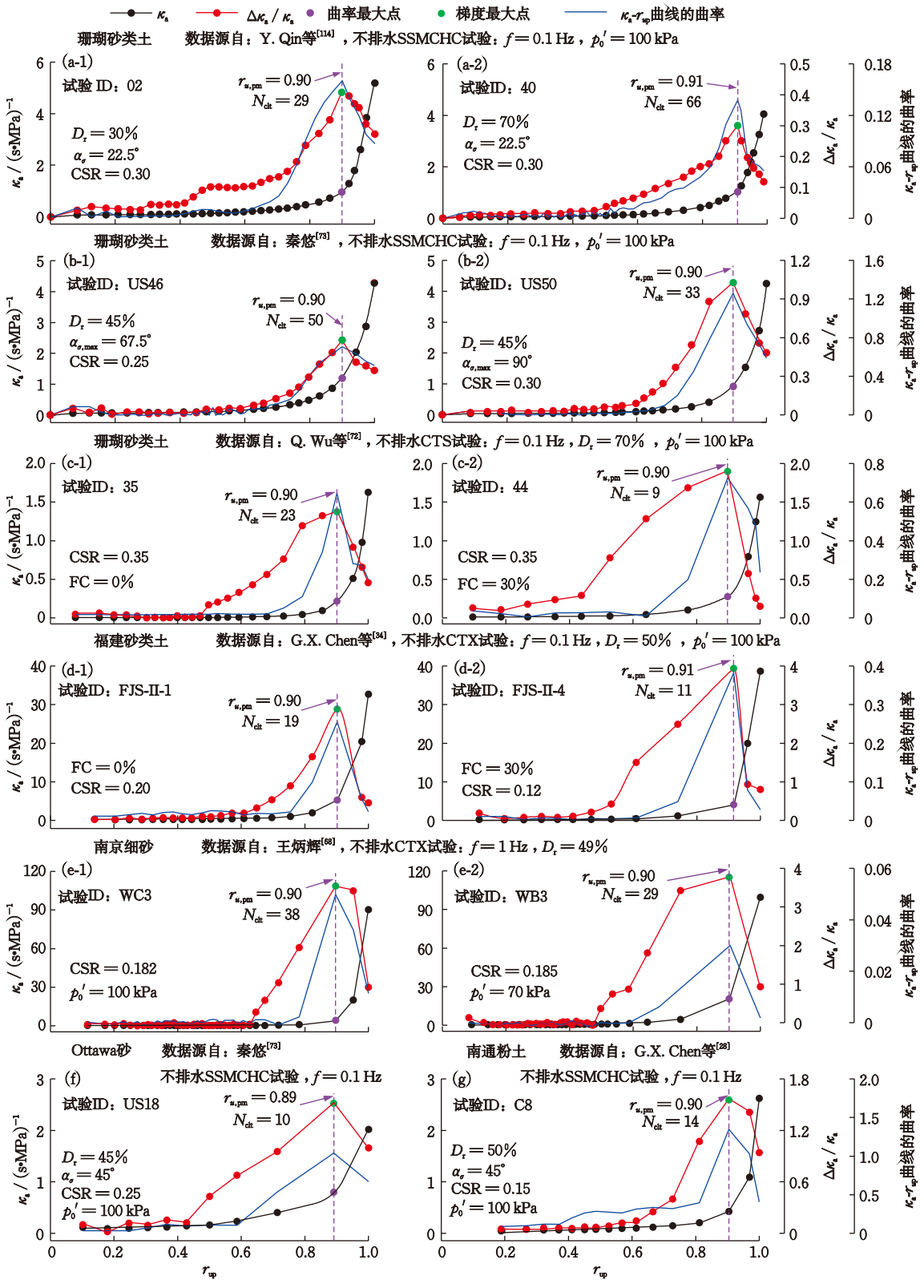


图 13　饱和砂类土的 κ_a 和 $\Delta\kappa_a/\kappa_a$ 随 r_{up} 的变化，以及 κ_a-r_{up} 曲线的曲率[74]

Fig.13　Variation of κ_a and $\Delta\kappa_a/\kappa_a$ with r_{up} and curvatures of κ_a-r_{up} curves for saturated, undrained cyclic test specimens for various sandy soils under various cyclic loadings[74]

瑚砂、硅质砂和粉土的 η 与 κ_a 曲线的分析发现，在不同的循环加载条件下，不同的可液化土在 MC 点和 MR 点处的 $r_{u,pm}$ 偏差小于±0.02。这表明 r_{up}=0.90 可作为液化触发的普适性阈值，证实了其与可液化

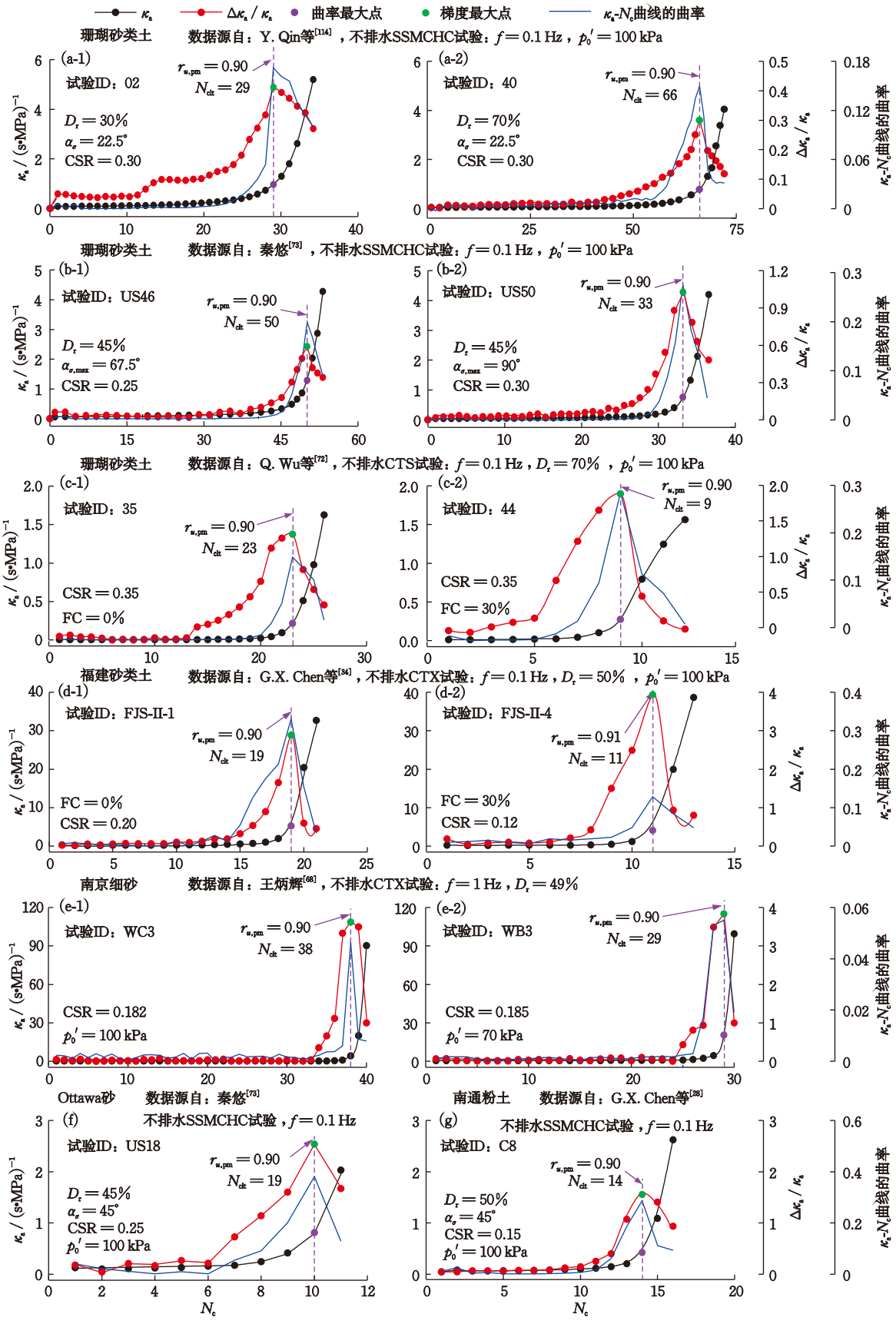


图 14　饱和砂类土的 κ_a 和 $\Delta\kappa_a/\kappa_a$ 随 N_c 的变化，以及 κ_a-N_c 曲线的曲率[74]

Fig.14　Variation of κ_a and $\Delta\kappa_a/\kappa_a$ with N_c and curvatures of κ_a-N_c curves for saturated, undrained cyclic test specimens for various sandy soils under various cyclic loadings[74]

土及循环加载条件的无关性。

液化触发判据曲线(图15(a))与液化势曲线(图15(b))构成完整的可液化土相变识别理论框架。MC点和MR点表征了固-液混合相向瞬态黏性流体相转变的门槛状态。特别地,$r_{u,\mathrm{pm}}$值具有定值性,与可液化土的沉积环境、类型、初始状态和循环加载条件无关,体现了力学阈值与物理相变的双重不变性,阈值$r_{u,\mathrm{pm}}=0.90$具有普适性,可作为室内单元试验和现场土的液化触发判据。该方法突破了传统液化评价方法的局限性,实现了给定可液化土的液化触发识别与液化势评价的物理-力学基础的统一,对各类可液化土均具有可靠而稳健的适用性。

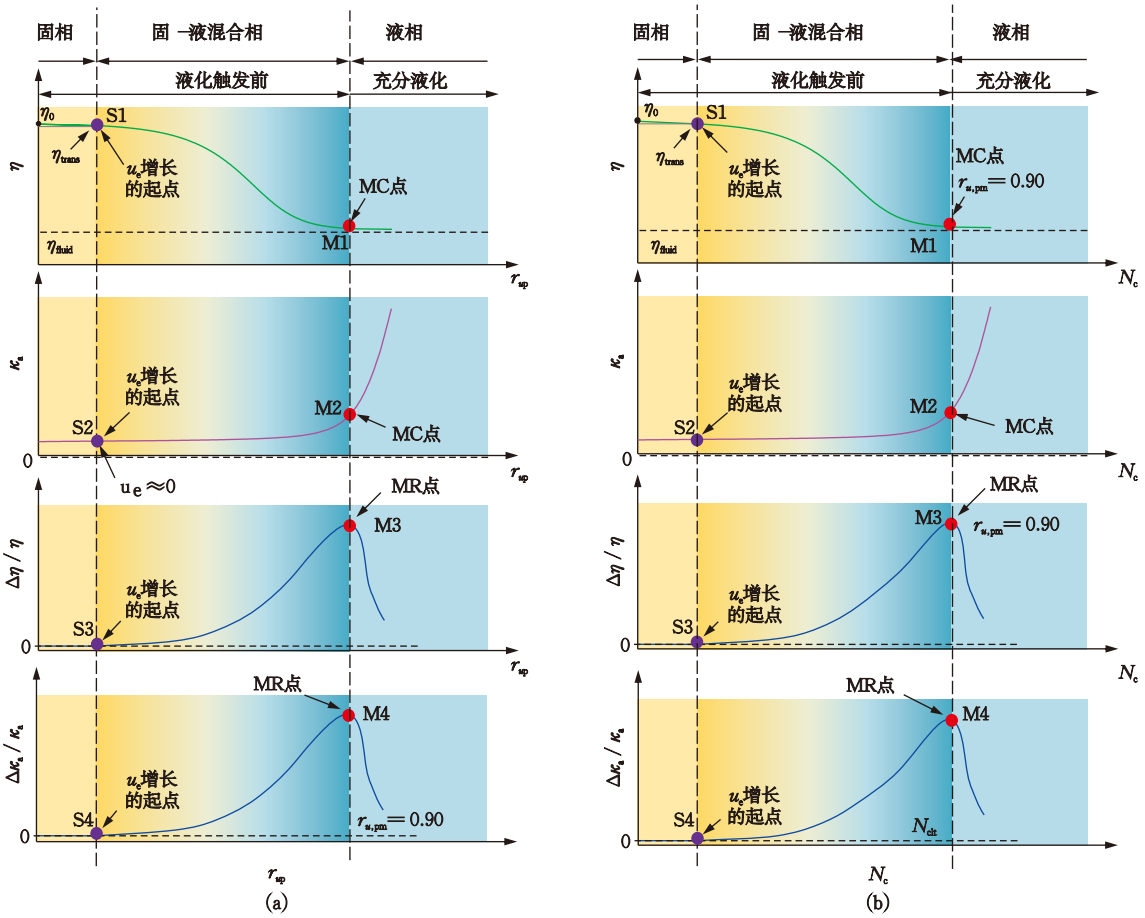


图15　不排水循环加载下可液化土(a)液化触发判据和(b)液化势的概化图[74]

Fig.15　Conceptual schematic diagrams of (a) viscous fluid liquefaction triggering criterion, and (b) liquefaction potential for liquefiable soil under undrained cyclic loadings[74]

由于η依赖剪应力-应变率滞回圈特性,$\gamma_{ca}<0.01\%$时测量的时变循环剪应力$\tau_c(t)$和剪应变$\gamma_c(t)$的数据序列存在显著噪声成分(图16),η的精确测定具有挑战性。然而,考虑到实验室测试可方便地获取最大(小应变)剪切模量G_0和(等效割线)剪切模量G[34,67,96,123-125],且测量开始产生u_e并伴随G衰退的$\gamma_{ga,th}$或γ_{th}值是直接而稳健的。注意到黏弹性材料的循环剪应力$\tau_c(t)$和剪应变$\gamma_c(t)$时程可表示为[27]:$\tau_c(t)=\tau_{ca}\sin(\omega t)$,$\gamma_c(t)=\gamma_{ca}\sin(\omega t-\varphi)$,其中,$\tau_{ca}$和$\gamma_{ca}$分别为循环剪应力和剪应变的幅值;$t$为时间;$\omega$为圆频率;$\varphi$为应变与应力的相位角。结合$\eta$与$G$两者的定义(图7),可解析推导出$\eta/\eta_0=G/G_0$的对应关系。因此,可液化土的黏滞特性与剪切模量衰退特性具有物理关联性,η与G随N_c、γ_{ca}、$\dot{\gamma}_{ca}$或u_e的增加呈现同步的衰减特性。该结论已获G. X. Chen等[74]的试验验证,如图17所示。因此,可液化土由固态向固-液混合相转变,标志着在$\gamma_{ga}=\gamma_{ga,th}$处开始产生$u_e$,$\gamma_{ga,th}$也是区分不排水循环荷载下可液化土固相与固-液混合相的门槛应变。$\gamma_{ga,th}$的典型实测值[30,67,74]:SCS珊瑚砂类土0.026%、Ottawa砂0.020%、南京细砂0.020%。

综上,液化触发定义为循环加载过程中r_u达到$r_{u,\mathrm{pm}}$时由固-液混合相向液相转变的起始点。当$r_u=r_{u,\mathrm{pm}}\approx0.90$时,可液化土发生固-液混合相向

液相的转变。基于黏性流体的可液化土液化触发机理兼具力学和物理的双重维度特征。从力学角度出发，运用流体力学基本原理揭示了循环加载下可液化土的液-固相互作用机制；同时，基于循环加载过程中发生的宏观固-液相变，从物理维度阐释了相变的本质。这种双重特征清晰地表明液化触发既是一种力学行为阈值，也是一种物理相变。

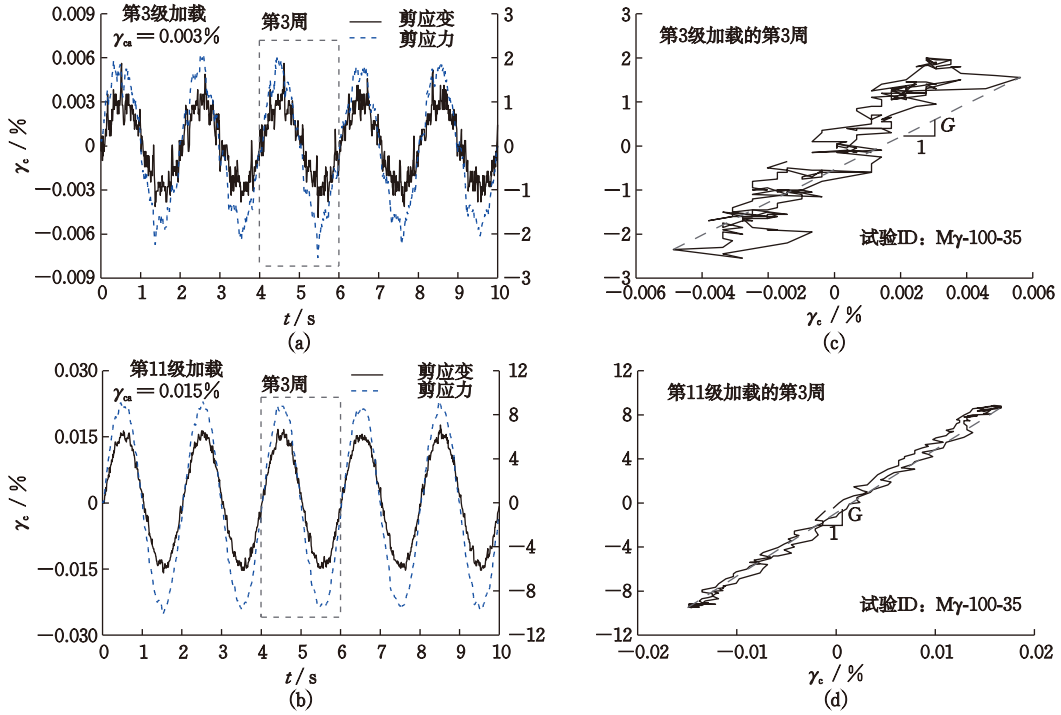


图 16　不排水循环加载下饱和珊瑚砂类土试样的低应变水平的剪应变、剪应力时程以及剪应力-剪应变滞回圈[123]

Fig.16　Time histories of shear stress and strain and shear stress-strain hysteresis loops at low strain levels for saturated SCS coral sandy soil specimens under undrained cyclic loadings[123]

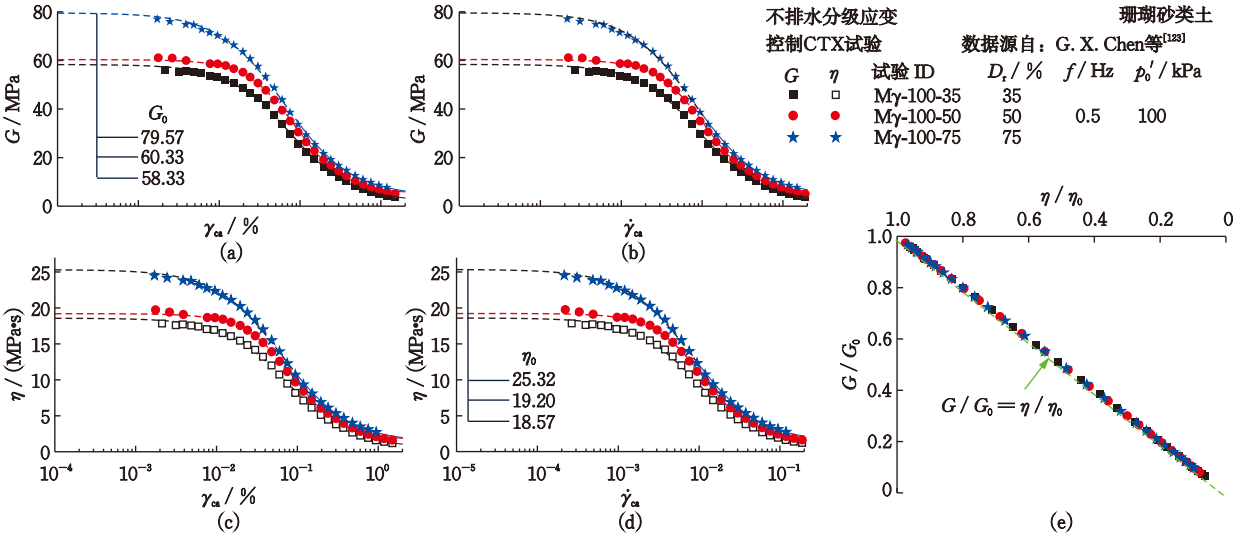


图 17　不排水循环加载下SCS珊瑚砂类土 G-γ_{ca} 和 η-γ_{ca} 关系、G-$\dot{\gamma}_{ca}$ 和 η-$\dot{\gamma}_{ca}$ 关系，及 G/G_0 和 η/η_0 的关系[74]

Fig.17　Variation of G and η with γ_{ca}, variation of G and η with $\dot{\gamma}_{ca}$, and relationship between G/G_0 and η/η_0 for saturated, undrained SCS coral sandy soil cyclic test specimens[74]

2.4　抗液化触发强度曲线的物理意义与唯一性

针对饱和SCS珊瑚砂类土，G. X. Chen等[29]进行了均等固结、不排水SSMCHC系列试验，结果表明：试样达到 γ_{ga}=2.5% 和 r_{up}=1(传统的初始液化)几乎是同步的。图18(a)给出了施加于试样的CSR与引起 γ_{ga}=

2.5% 所需的循环次数 N_{cf} 之间的关系。这表明饱和SCS珊瑚砂类土的液化势与循环应力路径有着复杂的关系。这种应力路径的依赖性反映了循环加载下SCS珊瑚砂类土抗液化强度的各向异性。此外，这意味着传统定义的CSR无法采用单一的CSR - N_{cf} 曲线描述各种循环应力路径下可液化土的抗液化强度。

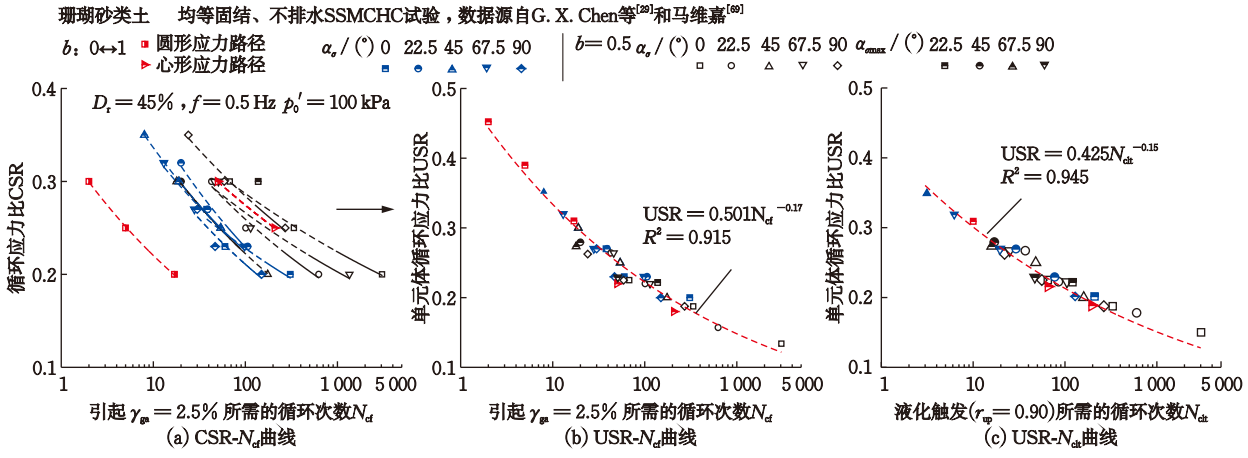


图18　饱和SCS珊瑚砂类土不排水循环抗力曲线[74]

Fig.18　Undrained cyclic resistance curves of saturated SCS coral sandy soil specimens[74]

G. X. Chen等[28]提出了一个新的指标—单元体循环应力比(USR)，用以表征均等固结(静剪应 τ_s =0)和多向循环加载下试样的整体应力水平，其定义如下：

$$\mathrm{USR}=C_1 C_2 \mathrm{CSR} \tag{6}$$

其中

$$C_1=A_{p0}/A_M \tag{7}$$

$$C_2=\left(1-A_{q0}/A_{p0}\right)^{C_3} \tag{8}$$

$$A_{p0}=2\int_0^T\sqrt{\left(\frac{W(t)}{2\pi(r_o^2-r_i^2)}\right)^2+\left(\frac{3M_T(t)}{2\pi(r_o^3-r_i^3)}\right)^2}\,\mathrm{d}t \tag{9}$$

$$A_{q0}=\left|\int_0^T\left(\frac{W(t)}{\pi(r_o^2-r_i^2)}\right)\mathrm{d}t\right| \tag{10}$$

式中，A_M = 1.27$q_{am}T$，A_M为仅施加循环扭矩$M_T(t)$时的A_{p0}参考值，T为循环加载周期，q_{am}为施加的循环偏应力幅值；$W(t)$为循环轴力；C_3为经验指数，通常可取C_3= 0.1。随后，G. X. Chen等[29]将USR拓展至非均等固结($\tau_s\neq0$)的情况，以消除初始静主应力及方向和中主应力的影响，提出拓展的单元体循环应力比USR的表达式。不同初始应力状态和循环加载条件下USR和CSR两者关系的推导详见附录C。

对于饱和SCS珊瑚砂类土，传统的CSR-N_{cf}曲线因应力路径差异呈现显著的离散性(图18(a))；而不同循环应力路径和b值下的USR-N_{cf}关系(对应γ_{ga}=2.5%；图18(b))和USR-N_{clt}关系(对应r_{up}=0.90；图18(c))均落在一个狭窄的带状区域内，可视为服从单一的负幂律关系。需特别指出，与USR-N_{cf}曲线相比，USR-N_{clt}曲线的幂指数及纵坐标均有所降低。该现象表明：USR表达式中的系数C_1和C_2对不同循环应力路径导致的USR-N_{cf}关系离散最小化起着关键作用，可消除循环中主应力和循环应力路径对USR的影响。上述规律揭示了以下物理机制：(1)USR-N_{clt}曲线为可液化土固-液混合相与瞬态黏性液相的阈值状态线，其唯一性揭示了抗液化触发强度仅由土的初始状态(如D_r)决定的物理本质；(2)循环加载过程中可液化土的物理状态演化受控于土颗粒组构重构与破坏的动态平衡，与循环加载应力路径无关，揭示了USR的物理力学基础；(3)USR-N_{clt}曲线的负幂律特性反映了该动态平衡下能量耗散的普适性规律。因此，USR是定量表征可液化土抗液化触发强度的普适性力学指标。

图19比较了四类可液化土(SCS珊瑚砂类土、南通粉土、南京细砂和福建标准砂)的USR-N_{clt}曲线。结果表明：(1)SCS珊瑚砂抗液化触发强度显著高于硅质砂类土，其USR-N_{clt}曲线位于坐标系右上方；(2)南通粉土因细粒含量高，抗液化触发强度最低；(3)不同可液化土的USR-N_{clt}曲线均服从负幂律关系，但衰减速率(密指数)与沉积环境密切相关。图20展示了SCS珊瑚砂类土和南京细砂在不

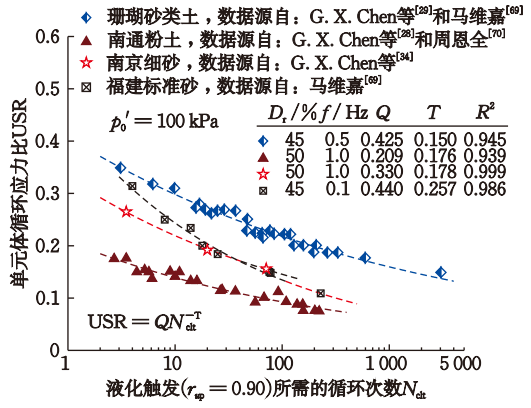


图19　四类饱和砂类土试样的USR-N_{clt}曲线比较[74]

Fig.19　Comparison of USR-N_{clt} curves for four types of saturated sandy soil specimens[74]

同循环加载条件下USR-N_{cth}(达到$\gamma_{ga}=\gamma_{ga,th}$所需的$N_c$)关系的唯一性。对于给定的$D_r$,不论循环加载条件,USR与$N_{cth}$的负幂律关系具有唯一性。

综上,对于给定初始状态的可液化土,其从固相→固-液混合相→瞬态黏滞流体相的渐进演化全过程(图21),可建立双阈值判据体系:USR-N_{cth}曲线界定了固相与固-液混合相的边界,对应循环衰退起始点的循环抗力比URR_{cd}(非弹性变形触发所需的USR);USR-N_{clt}曲线表征了固-液混合相与瞬态黏滞流体相的边界,即抗液化触发强度URR_{lt}(液化触发所需的USR)曲线。基于此,固-液混合相区域的纵向边界由上边界URR_{lt}和下边界URR_{cd}共同确定。

需特别关注室内单元试验土样与现场土的静、动应力状态差异。目前对地震和海浪作用下现场土产生液化的应力条件仍缺乏充分认知;亟待研究USR与现场液化应力条件的量化关系。附录D提出的方法为量化地震和海浪作用下现场土的USR提供了可行的路径。

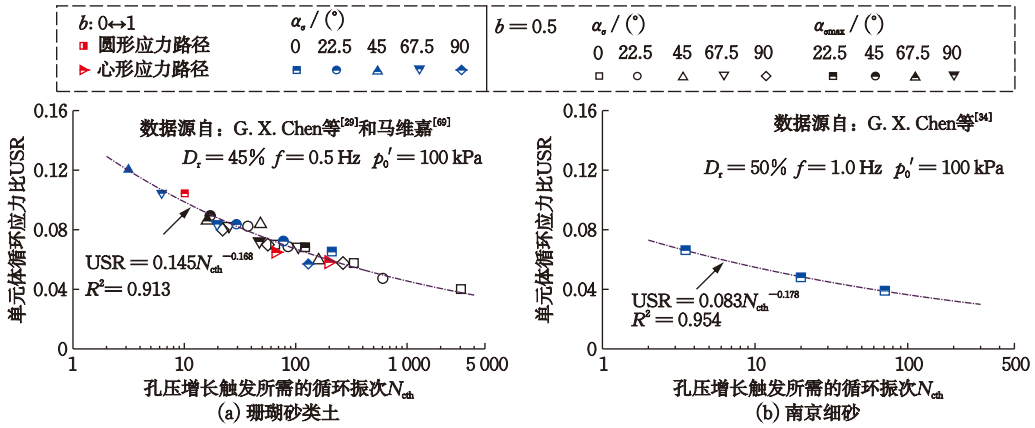


图20　饱和SCS珊瑚砂类土与南京细砂试样的不排水循环试验USR-N_{cth}曲线的比较[74]

Fig.20　Comparison of USR-N_{cth} curves for saturated, undrained SCS coral sandy soil and Nanjing fine sand cyclic test specimens[74]

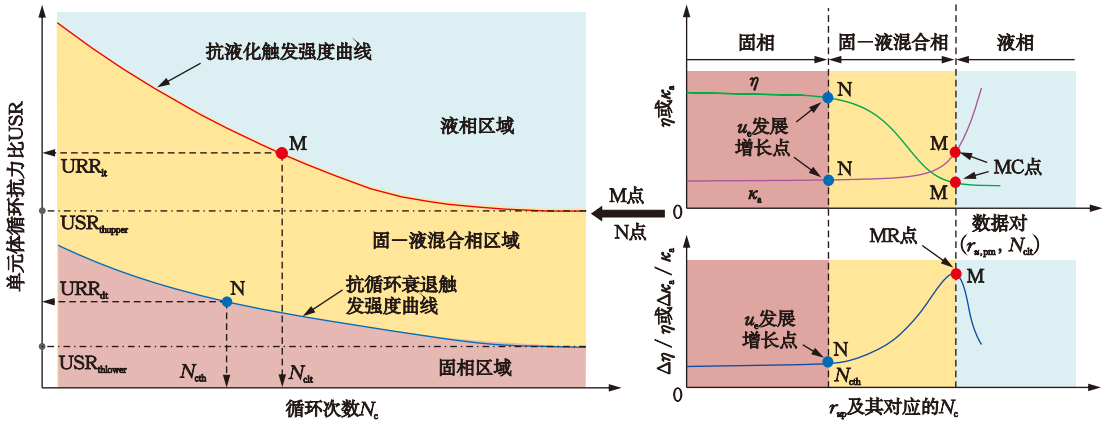


图21　可液化土的固相、固-液混合相和黏性液相的门槛状态曲线的概化示意图[74]

Fig.21　Conceptual schematic diagram of threshold state curves between solid phase and solid-liquid mixed phase, and between solid-liquid mixed phase and viscous fluid phase of liquefiable soils[74]

3 基于等效状态理论与物理-力学指标关联不变性的场地液化评价新范式

现行工程实践中，场地液化评价主要采用引言中所述的现场经验法。陈国兴及其合作者[34,125-129]通过开展不排CTX试验与BE试验，系统研究11类粒状土（粗粒土）（GW、GP、GW-GM、GP-GM、SP、SW-SM、SP-SM、SM、SW、SW-SC及SC）的液化特性。对照《土的工程分类标准》[130]中粗粒土的分类体系（表2）可知，试验研究的粒状土覆盖了该标准分类体系中的主要粗粒土类型。构建的基于等效状态理论与物理-力学指标关联不变性的场地液化评价新范式[34,129]，突破了传统依赖原位试验（如SPT、CPT和剪切波速V_s测量）的评价范式。相较于传统的需开展原位测试的现场经验法，该新范式通过室内常规试验即可测定粒状土抗液化强度（CRR）与V_s并建立两者的关联方程，其试验更简捷、经济，且测试数据的离散性更小。这一突破为工程实践中场地液化评价提供了具有显著优势的新范式。

表2 粗粒土的分类标准[130]

Table 2 Standard for classification of granular soils[130]

土类	粒组含量		土类代号	土类名称
砾类土（GC＞SC）	FC＜5%	级配：C_u＞5且1≤C_c≤3	GW	级配良好砾
		级配：不同时满足上述要求	GP	级配不良砾
	5%≤FC＜15%		GF	含细粒土砾
	15%≤FC＜50%	细粒组中粉粒含量不大于50%	GC	黏土质砾
		细粒组中粉粒含量大于50%	GM	粉土质砾
砂类土（GC≤SC）	FC＜5%	C_u＞5且1≤C_c≤3	SW	级配良好砂
		不同时满足上述要求	SP	级配不良砂
	5%≤FC＜15%		SF	含细粒土砂
	15%≤FC＜50%	细粒组中粉粒含量不大于50%	SC	黏土质砂
		细粒组中粉粒含量大于50%	SM	粉土质砂

注：C_u为不均匀系数；C_c为曲率系数

3.1 粗细粒混合料的等效状态理论与颗粒间接触状态参数

理想化二元介质需满足以下三个基本假设：（1）由力学性质差异显著的粗、细颗粒组成；（2）粗、细颗粒的粒径比足够大；（3）粗粒骨架不受细颗粒影响，反之亦然。实际场地中的粗细粒混合料通常难以满足上述理想化条件。对此，可通过二元介质模型的粒间状态概念[34,109,126-129,131-139]解释粒状土在不排水循环加载下的行为。对于二元介质体系，当粗颗粒基质中加入足够小的细颗粒时，混合料的应力骨架结构及其行为不会发生显著变化，但其孔隙比（e）却会因细颗粒填充作用发生显著改变；随FC的增加，混合料的颗粒接触状态有所不同；门槛细粒含量（FC_{th}）用于界定“细粒在粗粒中”（以粗颗粒主导行为）和“粗粒在细粒中”（以细颗粒主导行为）的混合料状态（图22）[34,132,134-139]。当FC=FC_{th}时，粗颗粒骨架孔隙被细颗粒完全填充，混合料达到最小孔隙比（e_{min}）；当FC＞FC_{th}时，细颗粒超过填充所需量，孔隙比随FC增大呈线性增长，直至达到纯细颗粒基质的最小孔隙比。当细颗粒完全存在于粗颗粒骨架孔隙内时，细颗粒对应力骨架结构不产生贡献。悬浮于细粒的粗粒（其粒间距L足够大）不会影响细粒的力学行为。值得注意的是，尽管理论预测与实测的e_{min}-FC曲线在FC_{th}附近存在偏差，但两者确定的FC_{th}值高度吻合（图23）[131-132]。这为判定混合料颗粒间接触状态阈值提供了可靠依据。颗粒间接触状态的改变不仅影响混合料的细观结构，更显著改变不排水循环反应的行为。

S. Thevanayagam[134-135]等的研究表明：随FC的增加，混合料的颗粒间接触状态有所不同（图22）。此外，砂类土的FC_{th}可通过Rahman半经验公式定量确定[137-139]：

$$FC_{th}=0.40\times\left(\frac{1}{1+\exp(\alpha-\beta\chi)}+\frac{1}{\chi}\right) \quad (11)$$

式中，α=0.50和β=0.13，为拟合系数；χ为粗细粒

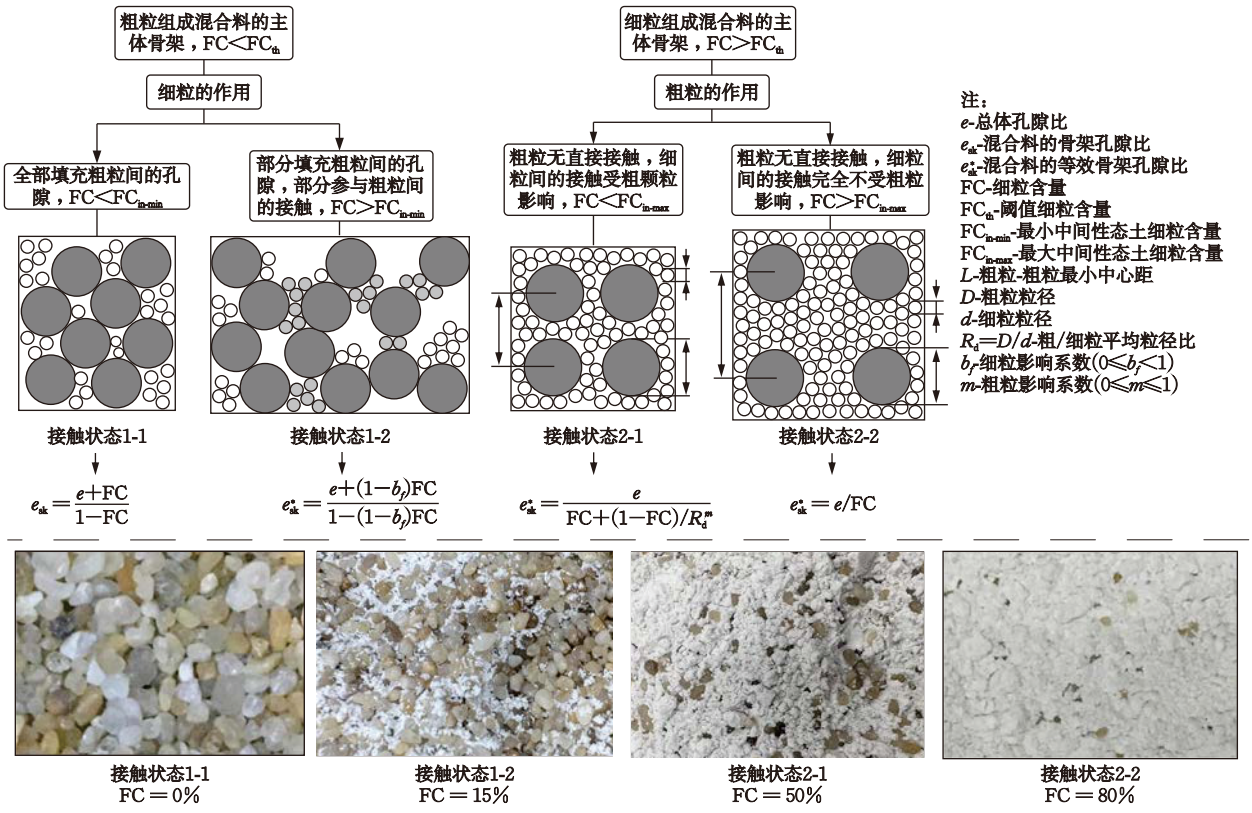


图 22　砂-粉混合料的颗粒接触状态

Fig.22　Particle contact states of the coarse-fine particle mixtures

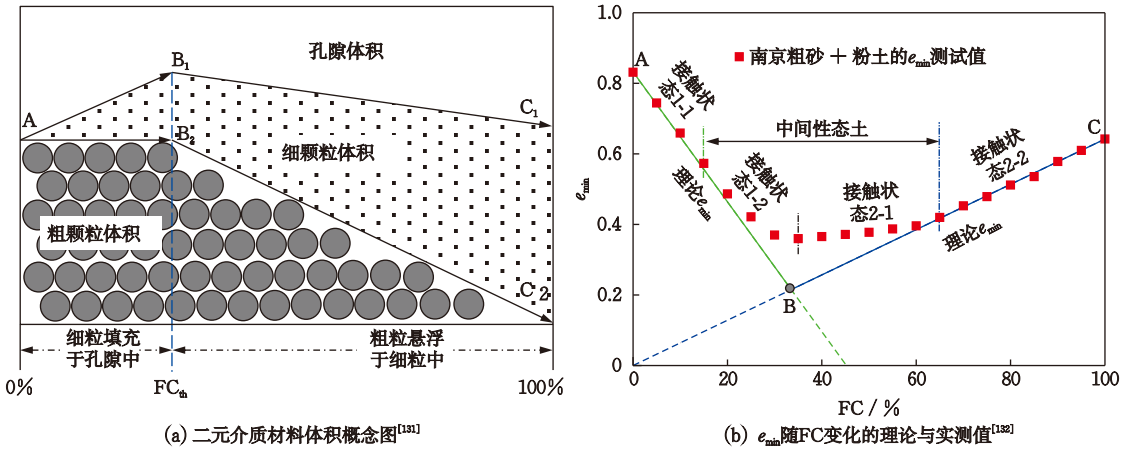


图 23　二元介质堆积体示意图及粗细粒混合料的 e_{min} 随 FC 变化的理论与实测值的比较

Fig.23　Schematic diagram of a binary medium accumulation and comparison of theoretical tendency of e_{min} and measured e_{min} for Nanjing fine sand-silt mixtures with increasing FC

的粒径比，$\chi = d_{10}^{c}/d_{50}^{f}$，其中，$d_{10}^{c}$ 为粗粒粒径分布曲线上的有效粒径，d_{50}^{f} 为细粒粒径分布曲线上的平均粒径。图 24 展示了砂-粉混合料的 FC_{th} 与 χ 的关系。可以观察到：$\chi \approx 5$ 时 FC_{th} 达到最小值。对 13 篇文献中 15 类砂类土试验数据进行的独立验证（图 24）显示，Rahman 半经验公式预测的 FC_{th} 值与试验值基本一致[143,147-158]。这表明 Rahman 半经验公式能合理地预测不同类型砂类土的 FC_{th} 值。然而，由于砾类土试验数据较为匮乏，Rahman 半经验公式预测砾类土 FC_{th} 值的有效性尚需试验验证。

为量化颗粒接触状态对混合料力学行为的影响，研究者提出了骨架孔隙比（e_{sk}）的概念，将不参与应力骨架结构的细颗粒视为混合料等效孔隙比中的“孔隙”，以反映混合料应力骨架结构的真实状

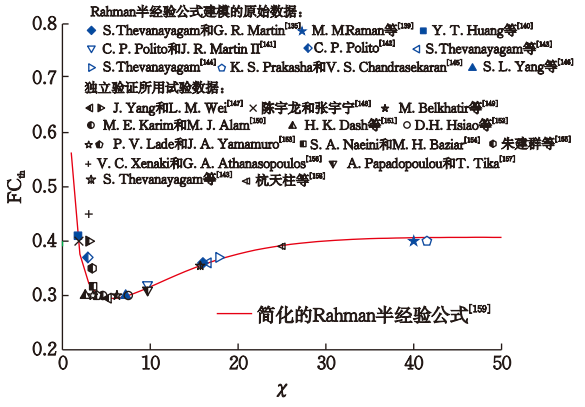


图 24　砂-粉混合料门槛细粒含量 FC_{th} 与粒径比 χ 的关系

Fig.24　Relationship between threshold fines content FC_{th} and particle size ratio χ of various sand-slit mixtures

态[109,134,139,143]。随着FC(%)的增加，细颗粒会进入粗颗粒接触之间，部分细颗粒会参与应力骨架结构。因此，通过引入等效骨架孔隙比(e^*_{sk})替代e_{sk}来考虑细颗粒对应力传递机制的影响，并定义如下[134,143]：

$$e^*_{sk}=\frac{e+(1-b_f)\,FC}{1-(1-b_f)FC} \tag{12}$$

式中，b_f为参与应力传递的细颗粒比例，且$0\leqslant b_f<1$。需注意，当$b_f=0$时e^*_{sk}退化为e_{sk}，即$e^*_{sk}=e_{sk}$。最初，研究者通过混合料力学行为的试验数据反分析确定b_f值或假定b_f值为常数。如何准确确定b_f值仍是一个挑战。M. M. Rahman等[137-138]发现b_f可表征为FC和χ的函数，A. Mohammadi和A. Qadimi[159]通过文献中不同类型砂类土的试验数据检验了其半经验公式的有效性，并给出了简化公式：

$$b_f=\left\{1-\exp\left(-\frac{0.3}{k}\right)\right\}\left(r\times\frac{FC}{FC_{th}}\right)^r \tag{13}$$

式中，$r=1/\chi$，$k=1-r^{0.25}$。多位学者通过试验与离散元法(DEM)模拟，研究了$FC<FC_{th}$的不同混合料的动力特性[34,109,125-129,136,140,151,160-167]。这些研究证实，e_{sk}^*是有效表征粗细粒混合料动力特性的单一状态指标，适用于不同类型的砂类土及循环加载条件。吴琪等[161]通过试验数据的反分析对比，进一步佐证了Rahman简化公式的合理性。

等效骨架孔隙比的概念在$FC<FC_{th}$时适用。在过去50年间，基于“等效状态”这一思想，通过大量试验和DEM模拟，发展出对应指标e_{sk}、b_f、e^*_{sk}和等效颗粒临界状态线等指标的多种理论，这些理论被统称为等效状态理论[137]。需特别指出，参数b_f的物理意义及其与微观组构的定量关系仍有待进一步探索，这对于完善等效状态理论至关重要。

3.2　粒状土的抗液化强度与等效骨架孔隙比的负幂律关系

现有文献中，砂类土抗液化强度数据的液化判据通常是峰值孔压比$r_{up}=1$或双幅轴向应变$\varepsilon_{cda}=5\%$。为了充分利用文献数据，本节内容的液化判据也采用$r_{up}=1$或$\varepsilon_{cda}=5\%$。需说明的是，由于砂类土抗液化强度与循环加载次数的关系服从负幂律关系(图18)[17,74]，即使采用其他液化判据，本文所得结论仍具有普适性。

陈国兴及其合作者通过大量试验研究发现[34,161-166]：对不同类型、沉积环境和细粒含量(FC)的砂类土，其15次循环加载抗液化强度CRR_{15}与单一物理指标间的关系具有显著复杂性。具体表现为：(1)非单调性特征：在平均粒径(d_{50})、不均匀系数(C_u)、相对密度(D_r)、孔隙比(e)、孔隙比极差(e_{range}，最大孔隙比e_{max}与最小孔隙比e_{min}之差)，及骨架孔隙比(e_{sk})等材料性能或物理状态变量中，任意单一指标与CRR_{15}均不具有明确的单调关系；(2)离散性显著：CRR_{15}与上述任一指标(d_{50}、C_u、D_r、e、e_{range}、e_{sk})的相关性均存在较大的离散度，无法与任一单一指标建立普适性的数学表达式。与此形成对比的是，当$FC<FC_{th}$时，15种不同类型、沉积环境及初始状态的砂类土试验数据对(CRR_{15}，e^*_{sk})均集中在一个狭窄的带状区域内(图25)。这表明：可采用等效骨架孔隙比(e^*_{sk})的概念重构状态变量，以e^*_{sk}作为有效的单一指标表征砂类土的抗液化强度，且发现CRR_{15}随e^*_{sk}增大呈单调递减趋势，二者符合负幂律关系[34]：

$$CRR_{15}=A_1(e^*_{sk})^{-B_1} \tag{14}$$

其中，A_1和B_1为最佳拟合系数。采用广义非线性回归模型对15种砂类土[34]的试验数据进行分析，系数A_1和B_1与砂类土的砂(粗)粒、粉(细)粒级配曲线的基本物理指标的关系如下(图26)：

$$A_1=C_1\left(\sqrt{C_u^s}\,C_u^f/(10e^s_{range})\right)^{C_2} \tag{15}$$

$$B_1=C_3\left(\frac{d^s_{50}}{d_{th}\sqrt{\chi}}\right)^2+C_4\left(\frac{d^s_{50}}{d_{th}\sqrt{\chi}}\right)+C_5 \tag{16}$$

式中，C_1和C_2为拟合数据对$[A_1,\sqrt{C_u^s}\,C_u^f/(10e^s_{range})]$的最佳拟合系数；$C_3$，$C_4$和$C_5$为拟合数据对$[B_1,d^s_{50}/(d_{th}\sqrt{\chi})]$的最佳拟合系数；上标s表示砂粒，f表示细粒；$d_{th}$为砂粒、细粒的界限粒径，$d_{th}=0.075$ mm。对图26中的15种砂类土而言[34]：$C_1=0.195$，$C_2=-0.651$，$C_3=-1.291$，$C_4=4.895$，$C_5=-1.492$。

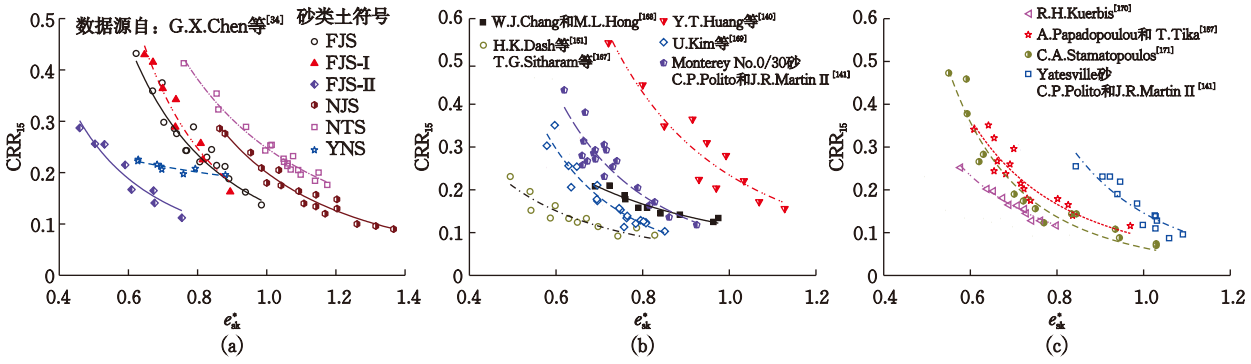


图 25　不同沉积环境的 15 种砂类土的 CRR_{15} 与 e^*_{sk} 的关系[34]

Fig.25　Relationship between CRR_{15} and e^*_{sk} for 15 sandy soils with different sedimentary environments[34]

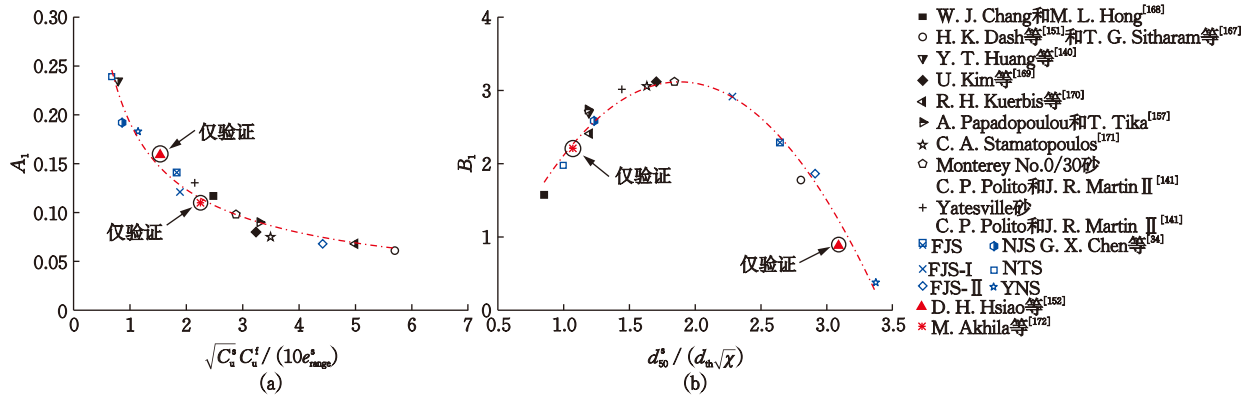


图 26　系数 A_1，B_1 与砂类土粗、细粒物理指标的关系[34]

Fig.26　Relationship between coefficients A_1, B_1, and binary material indicators for various sandy soils[34]

虽然图 26 中的 15 砂类土在颗粒形态、物理状态指标及材料特性方面差异较大，非线性回归模型的决定系数 $R^2>0.97$。因此，系数 C_1-C_5 可确定为与砂类土的类型无关的普适常数，图 26 中两类砂类土的独立验证结果进一步证实了这一规律。这表明系数 A_1 和 B_1 与土的基本物理指标之间存在唯一性关系，且该关系不受砂类土的类型和沉积环境的影响，揭示了砂类土物理-力学指标关联的普适性特征。因此，式(14)可有效预测 $FC<FC_{th}$ 的不同类型砂类土的抗液化强度，展现出很好的适用性。

陈国兴及其合作者针对砂砾混合料的液化试验开展了一系列试验研究[109,126-129]。研究表明：不同含砾量 G_c(粒径不小于 5 mm 的颗粒含量)和颗粒形态的砾类土，其 CRR_{15} 与 e^*_{sk} 的相关性同样遵循式(14)的负幂律关系(图 27)。试验材料包含两组典型级配：NG 组为天然级配砂砾混合料；MG 组为基于汶川 8 级地震现场液化的砂砾土级配曲线配制的人工混合料。由于砾类土的液化试验数据稀少，尚难以建立砾类土的系数 A_1 和 B_1 的普适性表达式。从二元介质模型视角分析，由于砾类土与砂类土在颗粒粒径分布上存在显著差异，二者的粗、细颗粒界限粒径应予以区分。在计算砾类土的 e^*_{sk} 时，采用 1 mm 作为粗/细颗粒的界限粒径：细粒含量特指粒径小于 1 mm 的颗粒质量占比，并假定细颗粒仅填充粗粒间的孔隙，式(12)中的 $b_f=0$。由于在砂土液化研究中，FC 通常指粒径小于 0.075 mm 的细粒含量，为避免混淆，以 FC_f(filled fine content)取代式(12)中的 FC，则式(12)改写为：

$$e^*_{sk}=\frac{e+FC_f}{1-FC_f} \tag{17}$$

对于图 27 中试验的砾类土，$A_1=0.412$，$B_1=1.493$，$R^2=0.91$。这说明砾类土 CRR_{15} 与 e^*_{sk} 的关系高度吻合负幂律关系；文献[109,128]也给出了类似的结论。

陈国兴及其合作者的饱和 SCS 珊瑚砂类土的不排水 SSMCHC 试验研究表明[165-166]：15 次循环加载引起珊瑚砂试样液化(对应 $r_{up}=1$)所需的 USR 记为 URR_{15}(单元体抗液化强度)，则 URR_{15} 随 e^*_{sk} 的增大而单调地减小，两者呈负幂律关系(图 28)，且与循环加载的应力路径无关。此时，式(14)改写为：

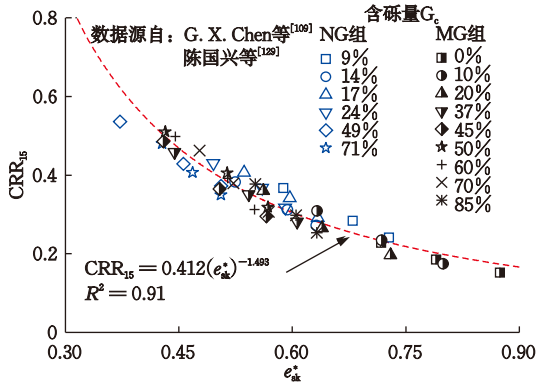


图 27　不同含砾量的砾类土抗液化强度 CRR_{15} 与 e^*_{sk} 的关系

Fig.27　Correlation between CRR_{15} and e^*_{sk} for sand-gravel mixtures with various gravel contents

$$URR_{15}=A_1(e^*_{sk})^{-B_1} \tag{18}$$

对于图 28 中的 SCS 珊瑚砂类土，$A_1=0.781$，$B_1=2.422$，$R^2=0.94$。这说明不同循环加载路径下 SCS 珊瑚砂类土的 URR_{15} 与 e^*_{sk} 的关系高度吻合负幂律关系，且 URR_{15}-e^*_{sk} 曲线几乎不受 D_r 的影响。

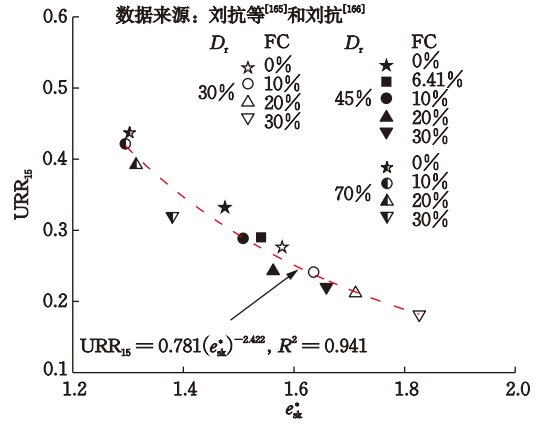


图 28　饱和 SCS 珊瑚砂土抗液化强度 URR_{15} 与 e^*_{sk} 的关系

Fig.28　Correlation between URR_{15} and e^*_{sk} for saturated SCS coral sandy soils

3.3　粒状土的应力修正剪切波速与等效骨架孔隙比的负幂律关系

现场土或室内试验试样剪切波速（V_s）的测量值被修正到有效上覆压力（现场）或固结应力（室内试验）参考值 1 atm（≈100 kPa）的应力修正剪切波速（V_{s1}）值[34,40,173]：

$$V_{s1}=V_s C_V=V_s(P_a/p'_0)^{0.25} \tag{19}$$

式中，C_V 为有效上覆压力或固结应力对测量 V_s 值的校正系数；1 P_a = 1 atm；p'_0 为测量的有效上覆压力或固结应力。为了方便起见，以 $V_{s\text{-}lab}$ 和 $V_{s\text{-}field}$ 分别表示室内试验试样和现场土的 V_s 测量值；$V_{s1\text{-}lab}$ 和 $V_{s1\text{-}field}$ 分别为按式（19）对测量值 $V_{s\text{-}lab}$ 和 $V_{s\text{-}field}$ 校正后的对应值。

图 29 展示了 12 种砂类土试验测量的 $V_{s1\text{-}lab}$ 与 e^*_{sk} 的关系。不论砂类土的类型、沉积环境和初始状态，当 $FC<FC_{th}$ 时，12 种砂类土试验测量的数据对（$V_{s1\text{-}lab}$，e^*_{sk}）均都落在一个非常窄的带状区域内。这表明 e^*_{sk} 是表征粗粒土应力修正剪切波速 V_{s1} 的一个适宜的单一指标，且 $V_{s1\text{-}lab}$ 随 e^*_{sk} 的增大而单调地减小，两者呈负幂律关系[34]：

$$V_{s1\text{-}lab}=A_2(e^*_{sk})^{-B_2} \tag{20}$$

式中，A_2 和 B_2 为最佳拟合系数。采用广义非线性回归模型对 12 种砂类土的试验数据进行分析，如图 30 所示，系数 A_2 和 B_2 与砂类土的砂（粗）粒、粉（细）粒的基本物理指标的关系如下：

$$A_2=D_1\chi+\frac{D_2}{\chi-D_3}+D_4 \tag{21}$$

$$B_2=D_5\exp\left(\frac{\sqrt{C_u^s C_u^f}}{5d_{10}^s/d_{th}}\right)+D_6 \tag{22}$$

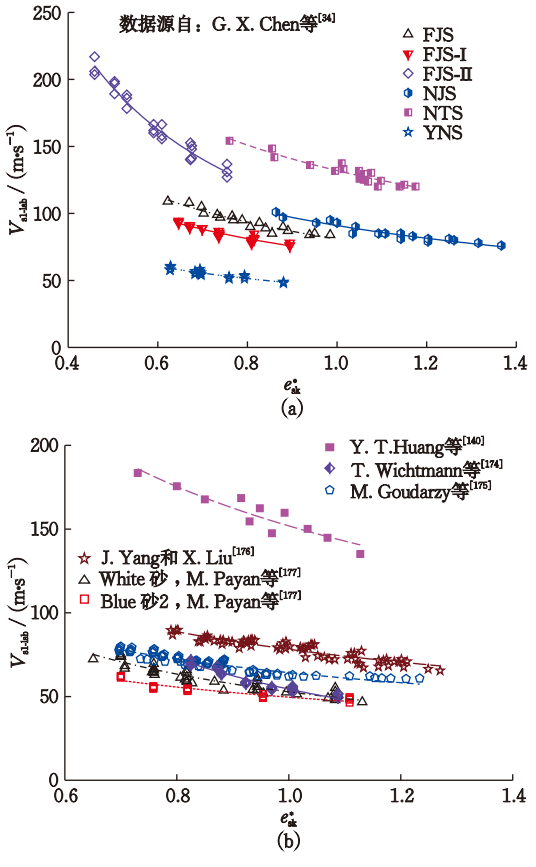


图 29　不同沉积环境的 12 种砂类土的修正剪切波速 V_{s1} 与 e^*_{sk} 的关系[34]

Fig.29　Correlation between $V_{s1\text{-}lab}$ and e^*_{sk} for 12 sandy soils with different sedimentary environments[34]

式中，D_1，D_2，D_3和D_4为拟合数据对(A_2，χ)的最佳拟合系数；D_5和D_6为拟合数据对[B_2，$\sqrt{C_u^s}\,C_u^f/(5d_{10}^s/d_{th})$]的最佳拟合系数；上标s表示砂粒、f表示细粒，$d_{th}$=0.075 mm。对于图30中的12种砂类土[34]：$D_1=0.38$，$D_2=93.5$，$D_3=1.2$，$D_4=35.3$，$D_5=0.12$，$D_6=0.38$。虽然12种砂类土的颗粒梯度、物理状态指标、矿物成分和材料性质差异较大，但非线性回归模型的可决系数$R^2>0.97$。因此，系数D_1-D_6可视为常数，与砂类土的类型和沉积环境无关。图30中2种砂类土的数据独立验证这一结论。因此，砂类土的V_{s1}与e_{sk}^*存在唯一性形式的关系是可信的，式(20)能够简单而可靠地预测FC<FC_{th}的不同类型砂类土的修正剪切波速V_{s1}。

陈国兴及其合作者对砾类土的弯曲元试验研究表明(图31)[127,129]：砾类土试验测量的V_{s1}与e_{sk}^*的相关性也遵循式(14)的负幂律关系。同样地，粗、细粒的界限粒径取为1 mm，b_f=0，按式(17)计算e_{sk}^*。对于图31中试验的砾类土，A_2=231.1，B_2=0.309，$R^2=0.885$。这说明砾类土的V_{s1}与e_{sk}^*的关系高度吻合负幂律关系。

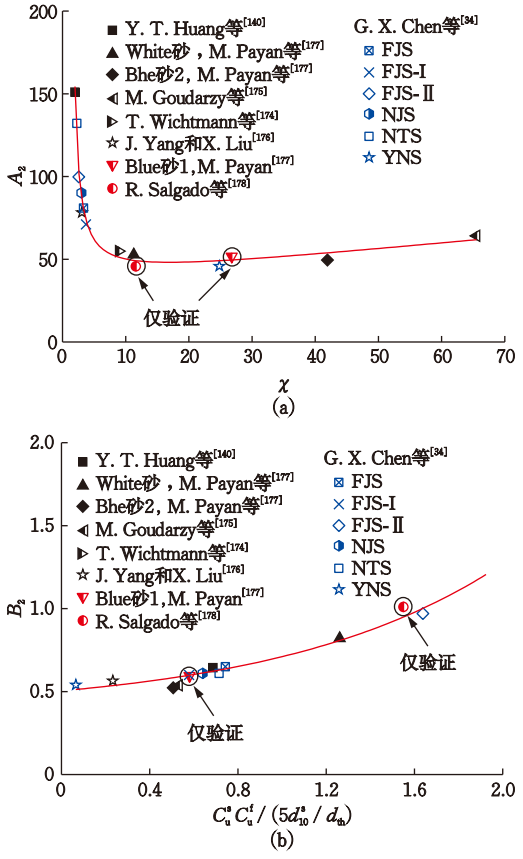


图30　系数A_2，B_2与砂类土粗、细粒物理指标的关系[34]

Fig.30　Relationship between coefficients A_2, B_2, and binary material indicators for various sandy soils[34]

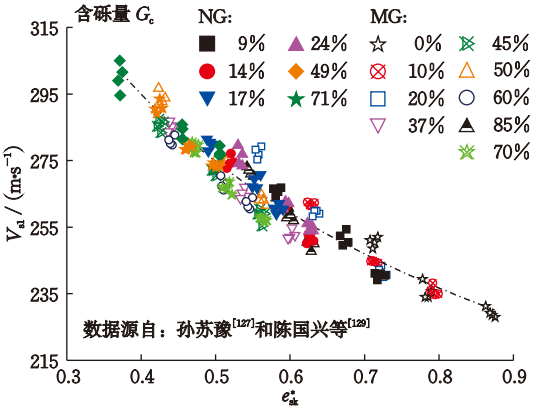


图31　不同含砾量的砂砾土修正剪切波速V_{s1}与e_{sk}^*的关系

Fig.31　Correlation between V_{s1} and e_{sk}^* for sand-gravel mixtures with various gravel contents

3.4　基于等效骨架孔隙比的场地液化评价新范式

由3.2和3.3节可知，基于等效状态理论，采用等效骨架孔隙比(e_{sk}^*)的概念为解决粗细粒混合料状态相关的液化问题这一难题提供了独特视角：以e_{sk}^*作为单一的物理状态变量，通过e_{sk}^*量化细粒充填效应，其与15次循环抗液化强度(CRR_{15}或URR_{15})及应力修正剪切波速(V_{s1})的负幂律关系，反映了颗粒接触应力传递的物理规律不变性，与颗粒矿物成分与形态，以及颗粒级配曲线形态无关。

由于粗细粒混合料的指标CRR_{15}、V_{s1}均与e_{sk}^*服从负幂律关系(图25、图27～29和图31)，根据映射复合原理，CRR_{15}与V_{s1}可通过e_{sk}^*建立唯一映射链：$CRR_{15}\rightarrow e_{sk}^*\rightarrow V_{s1}$。基于此，理论上在$CRR_{15}$-$V_{s1}$坐标系中应存在一条临界状态线(采用与确定$CRR_{15}$相同的液化触发判据，如$r_{up}$=0.90、1.0或$\gamma_{ga}$=2.5%)，用于界定粗细粒混合料的液化临界状态。这是一种基于土的物理-力学指标关联不变性的场地液化评价新范式。

因室内单元试验土样的应力状态与现场土的应力状态并不一致，将基于室内单元试验的数据对$(CRR,V_{s1})_{Lab}$用于现场液化判别时，需将数据对$(CRR,V_{s1})_{Lab}$转换到现场应力状态的数据对$(CRR,V_{s1})_{field}$。借助室内单元试验测试数据与现场测试数据的理论与经验关系[34,40,136,179-80]，可将数据对$(CRR,V_{s1})_{Lab}$转换到数据对$(CRR,V_{s1})_{field}$。

将室内单元试验获得的CRR_{Lab}转换到现场的CRR_{field}，可通过半经验方法将CRR_{Lab}乘以一个校正因子来实现。该校正因子考虑了室内单元试验条件下试样的反应与向上垂直传播的剪切波引起的

水平成层土层反应的差异[109,181]。为了从不排水CTX试验测试的CRR_{15}(记为$(CRR_{15})_{CTX}$),估算相应于M_w 7.5地震的现场CRR_{field}对应的$CRR_{7.5}$,可采用H. B. Seed[179]提出的经验公式:

$$CRR_{7.5} = 0.9\,C_r(CRR_{15})_{CTX} \quad (23)$$

其中,系数0.9表示因双向震动效应,现场土的抗液化强度需比单向震动时降低10%[181]。对于正常固结砂土层,H. B.Seed[179]建议校正系数$C_r \approx 0.63$。然而,R. W. Boulanger等[182]建议细粒土采用$C_r = 0.7$。也有实验数据表明,细粒土的C_r可能随土类型的不同而变化,介于0.7~0.8[180,183]。需注意,目前关于C_r值尚未有共识[17]。

考虑到BE试验是在各向均等应力条件下进行的,有必要将室内单元试验测量的$V_{s1\text{-}lab}$修正为各向异性应力条件,以便与现场测量的$V_{s1\text{-}field}$进行比较。$V_{s1\text{-}lab}$和$V_{s1\text{-}field}$之间的转换关系可采用C. D. P. Baxter等[180]建议的关系式:

$$V_{s1\text{-}field} = V_{s\text{-}lab}\,K_0^m\,(P_a/\sigma'_{c0})^{2m} = V_{s1\text{-}lab}\,K_0^m \quad (24)$$

式中,m为经验确定的应力指数,其值约为0.125;K_0为静止侧向土压力系数,典型值介于0.4~0.55。对已发生或可能发生液化的自然形成的水平场地,$K_0 \approx 0.5$[40]。

图32展示了G. X. Chen等[34]试验研究的6种砂类土和Y. T. Huang等[140]试验研究的一种砂类土的$CRR_{7.5}$-$V_{s1\text{-}field}$曲线。其中,取$K_0 = 0.5$,$C_r = 0.7$。作为对比,图中还列出了R. Kayen等[48]和G. X. Chen等[50]建立的现场液化触发曲线(简称为"现场曲线")。由图32可见,基于室内单元试验的$CRR_{7.5}$-$V_{s1\text{-}field}$液化触发曲线具有显著的土类相关性。这表明对天然沉积砂类土场地不存在普适性的$CRR_{7.5}$-$V_{s1\text{-}field}$关系单一曲线,且土类相关的$CRR_{7.5}$-$V_{s1\text{-}field}$曲线位于"现场曲线"左侧。需特别指出,室内试验$CRR_{7.5}$-$V_{s1\text{-}field}$关系相对于"现场曲线"的偏移受多种因素影响,如液化触发标准,V_s测量方法,以及$(CRR_{15})_{CTX}$转换为$CRR_{7.5}$、$V_{s1\text{-}lab}$转换为$V_{s1\text{-}field}$的经验公式。尽管存在上述不确定性,仍可观察到以下规律:即使土的基本物理指标显著不同,$(CRR_{15})_{CTX}$与$V_{s1\text{-}lab}$均随e^*_{sk}增大而降低;当$FC < FC_{th}$时,$CRR_{7.5}$与$V_{s1\text{-}field}$几乎呈唯一性对应关系。

液化触发评价新范式的实践应用框架 为便于所提出的液化触发评价新范式在工程实践中应用,图33展示了场地地震液化评价新范式的技术框架。针对粒状土场地,可通过土的基本性能指标绘制土类相关的$CRR_{7.5}$-$V_{s1\text{-}field}$关系的液化触发曲线。在给定土层深度处,采用H. B. Seed等[37]或R. W. Boulanger等[47]方法计算7.5级地震对应的等效循环应力比$CSR_{7.5}$,并确定数据对$(CRR_{7.5}, V_{s1\text{-}field})$。当$CSR_{7.5} > CRR_{7.5}$时判定发生液化,反之则不发生。

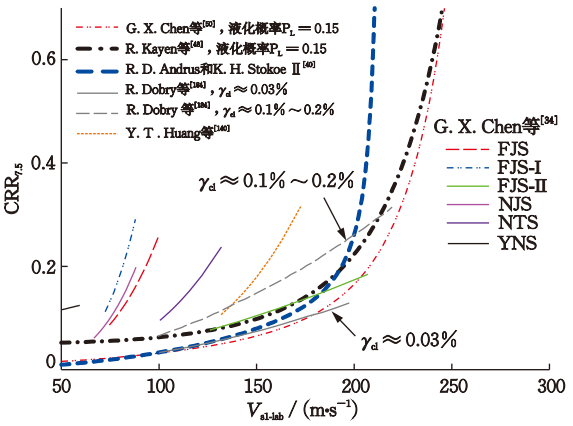


图32 基于单元试验数据与基于场地液化案例资料的液化触发曲线比较[34]

Fig.32 Comparison of laboratory-based $CRR_{7.5}$-$V_{s1\text{-}field}$ correlation with field liquefaction cases-based liquefaction triggering curves[34]

新范式的比较优势 新范式与引言中提到的基于室内单元试验或原位试验指标(SPT、CPT、V_s测试)的传统液化评估方法存在本质区别。新范式通过引入等效的物理状态变量e^*_{sk},CRR_{15}与e^*_{sk}的不变性关联方程[式(14)-式(16)]、V_{s1}与e^*_{sk}的不变性关联方程[式(20)-式(22)]在确定土类相关的$CRR_{7.5}$-$V_{s1\text{-}field}$液化触发曲线方面展现出显著优势。式(15)和式(16)、式(20)和式(22)可精确地应用于不同砂类土的系数A_1和B_1、A_2和B_2的确定,而式(14)和式(20)能有效评价砂类土的CRR_{15}和V_{s1}值。需指出,颗粒级配、孔隙比、极限孔隙比等基本土性指标均可通过常规的试验获取。相较于室内土动力试验与原位试验,土性指标试验具有操作简便、耗时短、费用低及数据离散性小的优点。

液化触发的阈值剪应变 图32显示了R. Dobry等[184]给出的发生液化的两个下限阈值剪应变:$\gamma_{ca} \approx 0.03\%$与$\gamma_{ca} \approx 0.1\% \sim 0.2\%$。在现场条件下,7.5级地震对应的$\gamma_{ca}$阈值范围为0.03%~0.3%(最大0.6%),其中$\gamma_{ca} \approx 0.03\%$为"现场曲线"的下边界。E. Rodriguez-Arriaga等[185]基于R. Kayen等[48]的V_s数据库和R. W. Boulanger等[47]的SPT数据库计算的非液化案例的γ_{ca}阈值分别为0.03%和0.05%,与

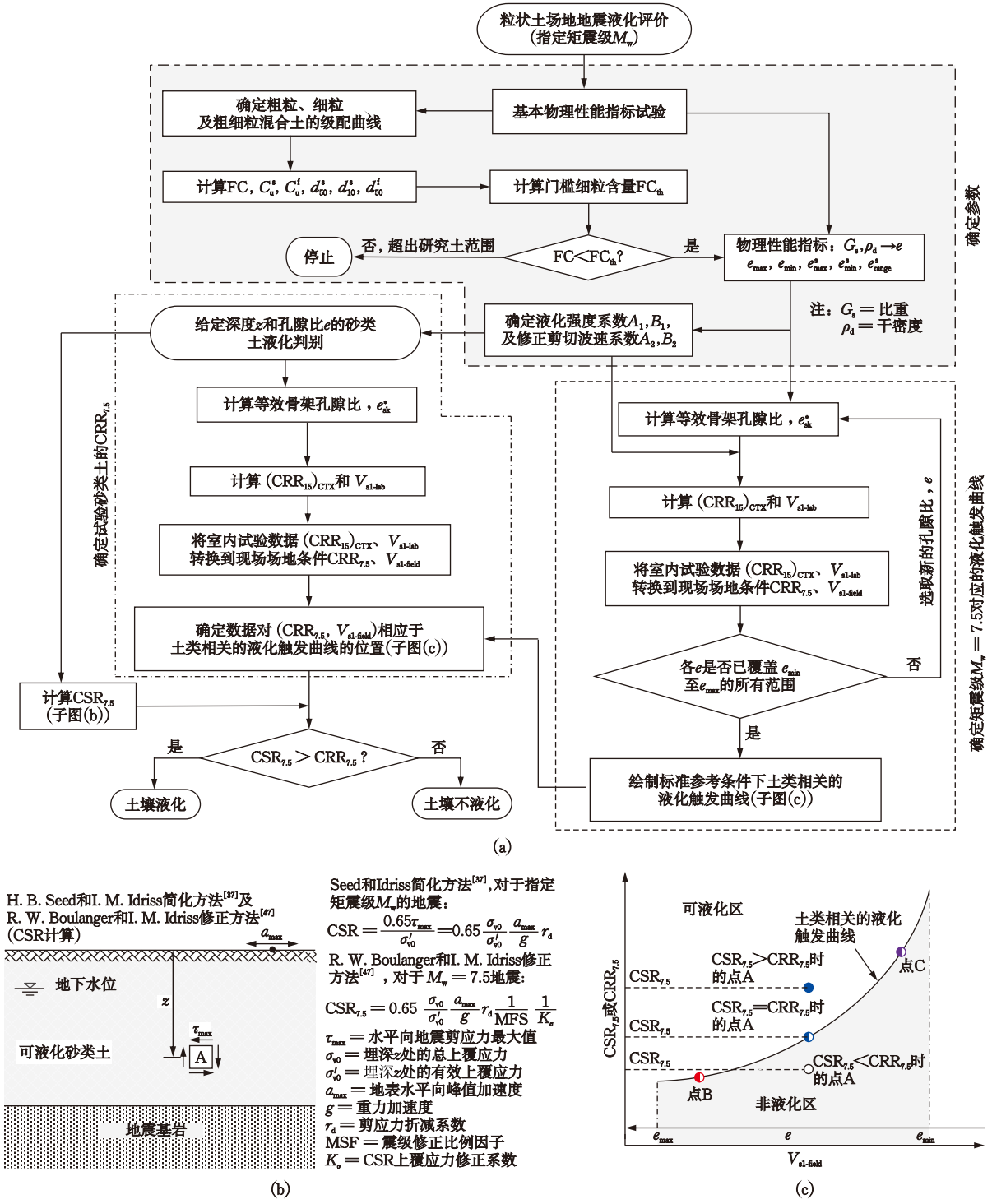


图 33　FC ＜ FC_{th}的粒状土场地地震液化评价新范式的框架[34]

Fig.33　Framework of new paradigm for assessing seismic liquefaction potential of granular soil deposits (FC ＜FC_{th})[34]

R. Dobry等[184]提出的下边界值高度吻合。更合理的解释是：当γ_{ca}＞0.5%时液化发生概率极高，γ_{ca}＜0.03%时基本不会液化。

试验测试的剪应变水平对比　需指出，应力控制的不排水CTX试验中，传统的初始液化所需的γ_{ca}定义为首次达到r_{up}＝1.0前末次循环的双幅循环剪应变。试验过程中双幅轴应变ε_{cda}通常在r_{up}未超过0.8前小于1%，仅在初始液化前最后几周循环迅速增至1%甚至5%以上。取γ_{ca}＝1.5ε_{cda}，则γ_{ca}≥2%(最高达10%)，显著高于现场的γ_{ca}值[34]。这种差异突显了室内试验与现场应力条件的固有差异。

值得关注的是，通过室内单元试验与“现场曲

线”获得的液化所需剪应变γ_{ca}值存在显著差异。根据R. Dobry和T. Abdoun[173]的研究，这种差异主要由以下三方面因素导致：(1)现场对应7.5级地震的地震动持续时间显著长于室内单元试验采用的10～15次循环加载；(2)现场场地受到双向水平向地震动作用，而CTX试验仅能实现单向循环加载；(3)现场土层中超静孔压的再分布及向上渗流效应，导致更大范围的土体发生液化。通过前两个因素的校正，可将“现场曲线”对应的$\gamma_{ca}\approx0.03\%$调整到$\gamma_{ca}\approx0.06\%\sim0.12\%$（适用于10次循环加载与单向震动工况），但修正值仍远低于CTX试验结果，这可能是第三个因素所致。值得注意的是：在传统的CTX试验中，通常认为$r_{up}<1.0$时未触发液化；图15可知，$r_{up}\approx0.90$时砂类土发生液化触发并快速达到充分液化状态。因此，即使$r_{up}<1.0$仍会引发场地及邻近基础设施的损坏。需特别说明的是，“现场曲线”的建立主要依据地表迹象判定液化发生与否，其对应的r_{up}实际处于未知状态。

3.5 场地液化评价新范式的验证

选取2008年汶川8.0级地震中砂砾土场地液化案例作为验证对象，所用数据集包含34个液化点和61个非液化点的数据[186]。为评估上述基于土的基本物理指标及$CRR_{15}\rightarrow e^{*}_{sk}\rightarrow V_{s1}$复合映射链的场地液化评价新范式对砂砾土场地液化评价的适用性，将其液化判别成功率与三种代表性的方法进行对比分析（图34）：R. Kayen等[48]和G. X. Chen等[50]基于全球各种类型可液化土（以砂类土为主）场地液化案例建立的“现场曲线”；Z. Z. Cao等[186]基于汶川8.0级地震砾砂土场地液化案例构建的“现场曲线”。需特别说明的是，虽然R. Kayen等[48]和G. X. Chen等[50]的方法具有广泛的可液化土场地适应性，但其建模数据集以砂类土场地液化案例为绝对主导；而本文新范式的汶川8.0级地震砂砾土场地液化案例数据直接引用Z. Z. Cao等[186]的数据，具有直接可比性。

从图34可知，对于现场液化案例：新范式的判别成功率（97.1%）优于Z. Z. Cao等[186]的方法（91.2%）；较之R. Kayen等[48]（50.0%）和G. X. Chen等[50]（64.7%）方法的优势显著。对现场非液化案例：新范式的判别成功率（81.9%）略低于Z. Z. Cao等[186]的方法（85.2%），但显著低于R. Kayen等[48]（95.1%）和G. X. Chen等[50]（100%）的方法。液化触发曲线的空间分布特征表明：新范式的判别触发曲线与Z. Z. Cao等的“现场曲线”基本重合，均位于R. Kayen等[48]和G. X. Chen等[50]的“现场曲线”的右下侧。液化触发曲线的这种空间偏移说明：砂砾土较之砂类土有更高的抗液化强度，触发液化需要更大的循环应力比，这解释了基于砂类土建立的R. Kayen等[48]和G. X. Chen等[50]的方法用于汶川地震砂砾土场地液化案例中成功率偏低的内因。汶川地震现场液化案例的验证结果佐证了场地地震液化势评价新范式的有效性和可靠性。

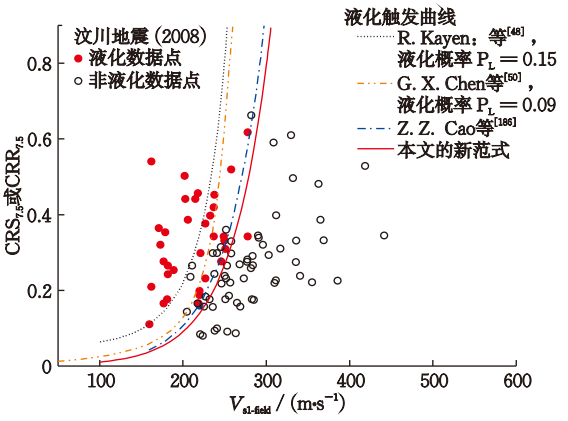


图34 2008汶川8级地震中的砂砾土场地液化案例验证

Fig.34 Liquefaction case verification for sand-gravel soil sites in M8 2008 Wenchuan earthquake

值得注意的是，所有“现场曲线”的建立均高度依赖现场液化案例数据集，案例不足时难以准确定义“现场曲线”的形态。本文的新范式仅通过系列室内循环试验设计即可构建场地土的液化触发曲线，无需依赖现场液化案例数据，为缺乏现场液化案例地区的液化评价提供了新的途径。

4 基于u_e或γ_{ga}的具有多重物理-数学不变性的场地液化评价普适新方法

非线性场地动力反应分析需合理模拟土的强非线性应力-应变反应特性，包括无黏性土液化导致的强度和刚度骤降，以及低塑性粉土和黏性土因u_e累积引起的循环软化（显著的强度降低和变形）现象[58]。土的液化或软化显著改变地层作为地震波传播介质的动力特性，进而影响地表地震动特性[58,187-189]。不同液化深度、厚度及严重程度的可液化土层可能加剧或减弱地表液化宏观表现。可液化场地的动力反应受复杂力学机制控制，主要表现为土的滞回非线性（剪应变增大导致剪切模量减小、阻尼比增大）与剪切-压缩耦合效应（u_e增长及循

环软化)的共同作用。描述土的循环行为的本构模型需满足两个基本要求:(1)准确表征初始加载骨架曲线;(2)合理反映卸载/再加载滞回特性。G. X. Chen等及其合作者[58,190-191]提出的广义非Masing滞回本构模型,可有效刻画不规则循环加载下土的强非线性及滞回行为。

影响u_e增长与液化触发的主要因素包括:可液化土的沉积环境(矿物组成[23,29,34,65]和颗粒形态(颗粒形状、表面粗糙度)[34,92,109])、类型(颗粒级配特征(粒径、颗粒梯度、细粒含量、砾粒含量)、液限、塑性指数)[33,45,65,72,109,128-129]、初始物理/应力状态[29,32,34,67,69,73,166],及循环加载条件或循环荷载特性(应力路径、频率、持续时间和幅值、中主应力系数)[17,28-32,65,69-74,165-166]。观察图2可知:不同循环加载条件下各类可液化土的r_u-N_c曲线的形态差异显著,r_u的增长速率存在明显差异。由于诸多因素共同影响的复杂性,目前仍难以准确实现对r_u增长波动过程的精准预测。

在工程实践中,可液化场地动力反应的非线性有效应力分析面临诸多挑战。场地液化评价中广泛使用的Seed法[37,41,47],计算循环应力比(CSR)时并未考虑u_e的增长对CSR计算值的影响。受此启发,可通过"虚拟等效场地"动力反应的非线性总应力分析,依据G. X. Chen等[28-30,65,74]发现的循环应变水平(视场地的应力状态,选取剪应变幅值γ_a、偏应变幅值γ_{qa}或广义剪应变幅值γ_{ga})与峰值孔压比(r_{up})的正切函数关系,实现场地液化势的量化评价。"虚拟等效场地"保留原场地土的物理力学参数,但在计算中假定可液化土层不发生u_e累积与液化[41,173,189]。需指出,该方法隐含假设动应力/应变反应不受u_e累积及液化过程中刚度软化效应的影响,导致计算值(加速度、剪应力、剪应变等)在物理量值表征层面失去物理意义。当计算的r_{up}值较低(如$r_{up}<0.6$)时,饱和砂类土的刚度软化相当有限[28-30,67,74],"虚拟等效场地"反应的计算值与地震/海浪作用下实际场地反应的物理量值一致性良好;而当计算的r_{up}值较高(如$r_{up}>0.8$)时,计算结果将显著偏离实际值。此时,计算值应视为拟指标值,用于场地液化势的定性评价而非定量分析。该方法可以综合考虑二维(2D)或三维(3D)效应、土层间相互作用效应、土的空间变异性效应及地形地貌效应对场地反应的影响,较之Seed法更为科学合理。应注意,采用场地反应总应力分析法评价场地液化势,在物理机制层面是存在一定局限性的。

值得注意的是,可液化与非液化土层系统的动力反应本质上是滞回非线性与循环剪切-体变耦合效应协同作用的结果。G. X. Chen等[58]构建的1D(一维)、2D和3D非线性场地动力反应通用方法,既可实现总应力分析,也可进行弱耦合有效应力分析。该方法通过三个模块模拟可液化土的循环刚度软化和u_e增长:(1)采用G. X. Chen等[58,190-191]构建的广义非Masing非线性滞回本构模型描述土的动力非线性特性;(2)采用G. X. Chen等[58,191]提出的广义剪应变增量算法计算等效剪应变γ_{eq},以表征2D/3D应力状态下土的非线性应力-应变行为;(3)耦合G. X. Chen等[30,67,74]提出的剪切-体变耦合的u_e增量(Δu_e)模型,以描述易液化土的复杂动力学行为。该弱耦合有效应力分析法可以考虑非液化地层对可液化土层的影响及多层液化土层间的相互作用效应。该方法成功再现了日本强震观测竖井台阵液化场地不同深度处的水平与竖向地震动时程[58],显著提升了饱和可液化场地多维地震波动传播的模拟能力[192],为基于u_e的场地液化势评价提供了理论依据。

4.1 广义非Masing滞回本构模型及参数标定的多重不变性

4.1.1 广义非Masing滞回本构模型

为模拟地震/海浪作用下土的1D非线性滞回应力-应变行为,G. X. Chen等及其合作者[58,190-191]采用一组适用于不规则循环加载的广义非Masing准则,提出的基于Davidenkov骨架曲线的动力非线性滞回本构模型可表述如下(图35):

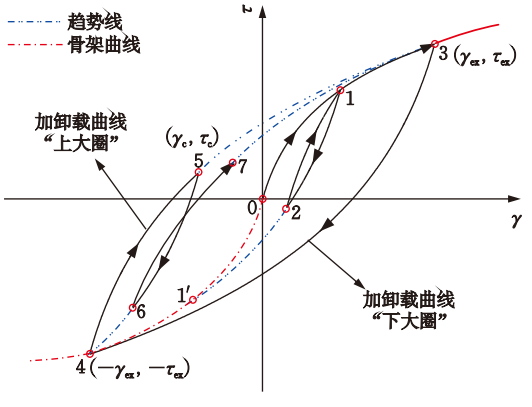


图35 基于Davidenkov骨架曲线的不规则加卸载下土的剪应变-剪应力关系曲线[58,191]

Fig. 35 Shear stress-shear strain curves of irregular loading and unloading for Davidenkov backbone model[58,191]

(1)初始加载阶段,剪应力-应变骨架曲线表示为:

$$\tau = F_{sk}(\gamma) = G_0\gamma[1 - H(\gamma)] \tag{25}$$

其中,τ为剪应力;G_0为最大剪切模量;$F_{sk}(\gamma)$为以剪应变γ为自变量的广义双曲骨架曲线;$H(\gamma)$为描述应力-应变曲线形状的函数,采用Davidenkov形式:

$$H(\gamma) = \left\{\frac{(\gamma/\gamma_r)^{2B}}{1+(\gamma/\gamma_r)^{2B}}\right\}^{A} \tag{26}$$

式中,A和B为无量纲常数,用于调整骨架曲线形状以适宜的方式表征土的非线性行为;γ_r为土的参考剪应变。参数A、B和γ_r可由室内单元试验测量的G/G_0-γ_a和λ-γ_a曲线进行标定,其中,G为等效割线剪切模量,λ为阻尼比,γ_a为对应滞回圈顶点的剪应变幅值(图7(b))。γ_r也常取$G/G_0=0.5$时的γ_a值。

(2)若发生应变反转,后续剪应力-应变路径从当前反转点(τ_c, γ_c)出发,遵循以下方程组直至前一不规则循环中的应变极值点(τ_{ex}, γ_{ex}):

$$\tau - \tau_c = G_0(\gamma - \gamma_c)\left[1 - H\left(\frac{|\gamma - \gamma_c|}{2n_c}\right)\right] \tag{27}$$

其中:

$$(2n_c\gamma_r)^{2B} = (\gamma_{ex} \pm \gamma_c)^{2B}\left(\frac{1-R}{R}\right) \tag{28}$$

$$R = \left(1 - \frac{\tau_{ex} \pm \tau_c}{G_0(\gamma_{ex} \pm \gamma_c)}\right)^{\frac{1}{A}} \tag{29}$$

式中,n_c为控制滞回圈面积大小的缩放因子;"±"符号在上半圈卸载-再加载曲线中取负号,下半圈曲线中取正号(见图35);τ_c和γ_c分别为当前应变反转点的剪应力和剪应变;τ_{ex}和γ_{ex}分别为前一应变极值点的剪应力和剪应变。

(3)若卸载/再加载路径与骨架曲线重合,则沿骨架曲线行进至下一应变反转点。

如图35所示,在不规则加载-卸载-再加载序列中,当前应变反转点(τ_c, γ_c)与加载历史最值点(τ_{ex}, γ_{ex})共同决定应力-应变路径方向(如路径0→1→2→3→4→5→6→7)。式(25)和(27)分别表征双曲型骨架曲线和非Masing滞回行为,其准则简洁精确,无需追踪历史路径即可确定后续应力-应变路径。缩放因子n_c在每一循环中更新以匹配宽应变范围内的实测剪切模量与阻尼比:当应变反转点位于骨架曲线时$n_c=1.0$;位于局部循环滞回圈时$n_c<1.0$,以模拟土的循环软化(剪切模量退化)特性。

4.1.2 等效剪应变的增量算法及加/卸载法则的物理判据不变性

将1D剪应力-应变关系的广义非Masing滞回本构模型扩展至2D或3D应力条件时,其本构关系的基本形式保持不变,但需采用等效剪应变(γ_{eq})替代1D剪应变,并保持宽应变范围的G/G_0-γ和λ-γ曲线与试验数据一致。基于应变偏张量第二不变量定义的等效剪应变,能够全面表征土在2D/3D空间中的应力-应变关系。然而,若直接采用应变偏张量第二不变量作为等效剪应变,仅能描述1D应力-应变关系中应变大于零的曲线段。因此,需将等效剪应变改为增量形式,并通过加卸载判据更新其计算。为此,通过引入以(γ-γ_c)为自变量的偏应变张量e_{ij}^o,G. X. Chen等及其合作者[58,191]提出了2D/3D应变空间中γ_{eq}的普适性增量算法。由于$\gamma_{ga}>0$,γ_{eq}的增量形式算法可表示为:

$$\gamma_{eq}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o) = \gamma_{eq}^{t}(e_{ij}^o) + \text{sign}\cdot|\Delta\gamma_{incre}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o)| \tag{30}$$

$$\Delta\gamma_{incre}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o) = \gamma_{gen}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o) - \gamma_{gen}^{t}(e_{ij}^o) \tag{31}$$

$$\gamma_{gen}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o) = \sqrt{4J_2^{t+\Delta t}(e_{ij}^o)/3} \tag{32}$$

$$e_{ij}^o = e_{ij} - e_{ij,c} \tag{33}$$

式中,$\gamma_{eq}^{t}(e_{ij}^o)$和$\gamma_{eq}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o)$分别为$t$和$t+\Delta t$时刻的等效剪应变;符号"sign"在上半圈卸载-再加载曲线取正号,下半圈曲线中取负号(见图35);$\Delta\gamma_{incre}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o)$为等效剪应变增量;$\gamma_{gen}^{t}(e_{ij}^o)$和$\gamma_{gen}^{t+\triangle t}(e_{ij}^o)$为$t$和$t+\Delta t$时刻的广义剪应变;$J_2^t(e_{ij}^o)$为$e_{ij}^o$的第二不变量;$e_{ij}$为应变偏张量;$e_{ij,c}$为最新反转点的应变偏张量。

与传统算法不同,该新的增量算法中[58,191],应变偏张量e_{ij}^o以当前应变反转点(τ_c,γ_c)为起点,而非固定以原点(0,0)为起点。当$\Delta\gamma_{incre}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o)=0$时,应力-应变路径方向发生反转。该应变反转法则概念简单,一旦应力-应变路径发生反转,将以反转点处的e_{ij}^o作为新的计算起点,$\gamma_{gen}(e_{ij}^o)$重新从零开始累加,避免了应力-应变路径的假反转导致的累积误差。这一机制确保了新的增量算法在复杂加载路径下的鲁棒性,使新算法的精度比传统算法的更高,允许采用更大时步Δt以提高计算效率。以等效剪应变增量$\Delta\gamma_{eq}=0$作为应力-应变滞回路径的加/卸载法则(应变反转法则),反映了该法则的加/卸载路径无关性。因此,该应变反转法则体现了物理判据的不变性。

B. Ruan等[193]采用广义非Masing滞回本构模型描述土的动力非线性特性,以美国Garner Valley竖井台阵150 m深处(V_s>2 000 m/s)记录的水平分量作为基岩输入地震动,数值模拟了竖井台阵剖面(深87 m处V_s>1 000 m/s)的地震反应。尽管缺

乏竖井台阵剖面实测波速及G/G_0-γ_a和λ-γ_a曲线，但数值模拟结果仍很好地再现了地表中-强地震动记录的加速度(Acc)时程、峰值加速度及5%阻尼比的谱加速度SA(图36)。相关研究表明：该广义非Masing本构模型能有效表征复杂动应力条件下土的强非线性特性，已成功地应用于大尺度平原/海床场地、海底隧道、场地-地下结构及非岩基核岛结构体系的2D和3D非线性地震反应分析[194-202]。

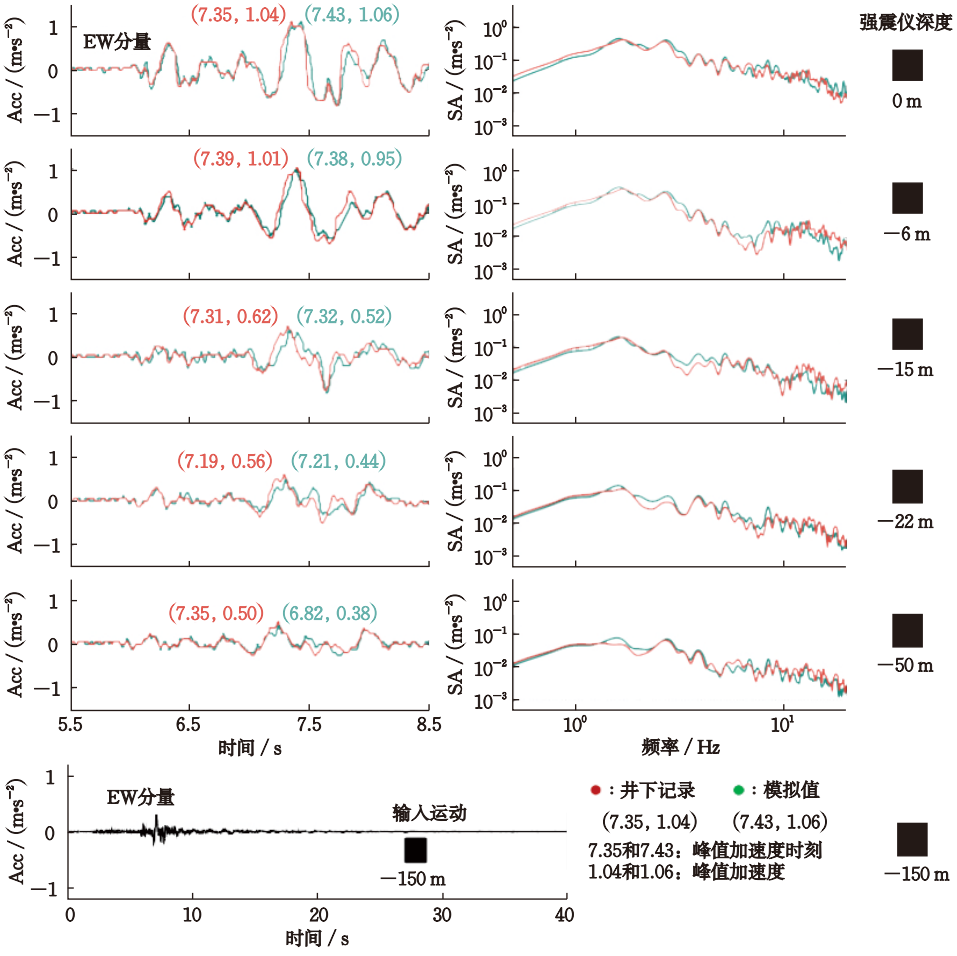


图36　Garner valley竖井台阵场地强震记录水平分量与数值模拟结果的比较[193]

Fig.36　Comparison of recorded and simulated horizontal components in Garner valley downhole array site[193]

4.1.3　基于极孔隙比的G_0预测方程的物理规律形式不变性

G_0(最大剪切模量)通常也称为小应变剪切模量。由于在很小应变水平下粒状土的行为表现出非线性，通常在小应变水平10^{-4}%～10^{-3}%的剪切模量称为小应变剪切模[124,203-204]。土的动刚度通常以剪切波速V_s表征，其与土的密度及颗粒接触状态直接相关。G_0与V_s的关系为$G_0=\rho V_s^2$，其中，ρ为土的质量密度。粒状土的G_0受颗粒材料特性(硬度、矿物成分)、形态(形状、粗糙度、排列方式)、级配(平均粒径d_{50}、不均匀系数C_u、细粒含量FC、砾粒含量G_c)、饱和度及其状态(孔隙比e、相对密度D_r、有效应力、应力各向异性)共同影响。自然沉积粒状土通常具有组构各向异性及应力路径相关的强度和刚度特性。因此，G_0具有固有各向异性和应力诱发各向异性特性。极孔隙比(最大，e_{max}；最小，e_{min})是表征粒状土密实状态的极端物理状态参数，其值由颗粒形态(形状、粗糙度、排列方式)、级配、密度及矿物成分决定[96-97,123-124,203-205]。

原位V_s测试存在显著的不确定性，可能导致对地表30 m以浅土层刚度的误判。研究表明[206]：原位测试的方法内平均偏差(标准差与平均值之比)为4%～14%，而方法间平均偏差为2.5%～12.6%。鉴于原状取样困难、室内循环单元试验复杂，以及原位V_s测试费用高、耗时长等特点，研究者尝试通过土的材料特性与状态参数建立G_0或V_s的经验公式。陈国兴及其合作者[34,124,207-208]研究发现：极孔隙比(e_{max}、e_{min})是综合反映各种因素对粒状土G_0影响

(如颗粒级配、形状、矿物成分)的固有指标,能够以一种简单且集成的方式综合各因素对 G_0 的影响。对于FC≤40%的砂类土,G_0 最小值 G_{0min} 与 e_{max} 及 G_0 最大值 G_{0max} 与 e_{min} 均存在幂律关系[124]:

$$G_{0max}=105.02\,e_{min}^{-0.35}\left(p_0'/P_a\right)^{0.49} \tag{34}$$

$$G_{0min}=62.59\,e_{max}^{-0.35}\left(p_0'/P_a\right)^{0.49} \tag{35}$$

通过引入无量纲指数 G_{0nor}:

$$G_{0nor}=\frac{G_0-G_{0min}}{G_{0max}-G_{0min}} \tag{36}$$

研究发现 G_{0nor} 与 D_r 之间亦存在幂律关系(图37):

$$G_{0nor}=D_r^{1.59} \tag{37}$$

结合上述关系,则 G_0 可进一步表示为:

$$G_0=D_r^{1.59}(G_{0max}-G_{0min})+G_{0min} \tag{38}$$

将式(34)和式(35)代入式(38),可得 G_0 关于 e_{max} 和 e_{min} 的显式关系式:

$$G_0=62.59\left\{\left[1.678\left(\frac{e_{max}}{e_{min}}\right)^{0.35}-1\right]D_r^{1.59}+1\right\}e_{max}^{-0.35}\left(\frac{p_0'}{P_a}\right)^{0.49} \tag{39}$$

图38对比了12篇文献中不同类型砂类土的RS、CTS及BE试验的实测 G_0 值与式(39)的预测值,结果显示94.2%数据点位于±25%偏差带内,绝对相对误差($|G_{0,测量}-G_{0,预测}|/G_{0,测量}\times100\%$)的平均值为10.4%,验证了该模型的稳健性。也应指出,由于 e_{max} 与 e_{min} 仅间接地反映粒状土颗粒形态和组构各向异性,对各向异性显著的粒状土,尚需对式(39)预测的 G_0 值进行适当修正[65,205],以充分考虑固有各向异性和应力诱发各向异性的综合效应。

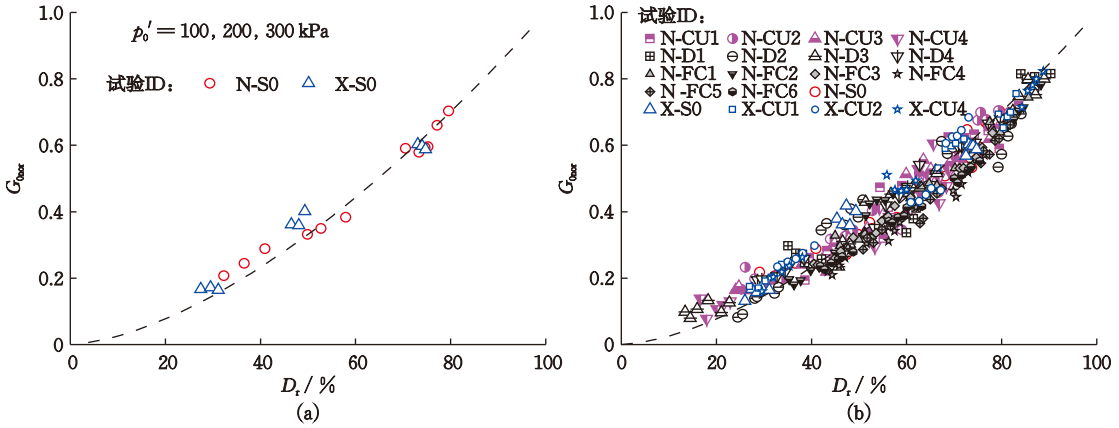


图37 SCS珊瑚砂类土无量纲指数 G_{0nor} 与 D_r 的关系[124]

Fig.37 Variation of dimensionless index G_{0nor} with D_r for SCS coral sandy soil specimens[124]

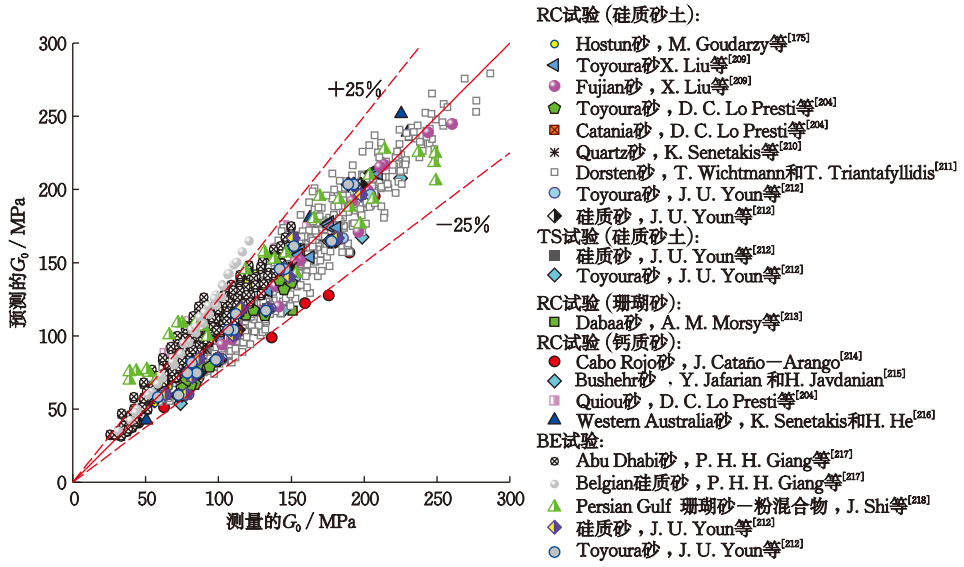


图38 砂类土的测量 G_0 与式(39)预测 G_0 的比较[124]

Fig.38 Comparison of measured G_0 and predicted G_0 using formula (39) for various sandy soils[124]

需特别指出，试样制备方法对G_0测试结果影响显著。M. Bayat等[219]发现，湿润夯实法(MT)制备试样的G_0最大，干沉积法(DD)次之，水沉积法(WS)最小。X. Q. Gu等[220]也指出，MT法制样的RC与CTS试验G_0值较砂雨法(AP)及干夯法(DT)高约6%～7%。此外，在国际平行试验中，Toyoura砂的不同BE试验结果表明，G_0测量值偏差最高达30%以上，而BE试验与其他室内试验方法的G_0偏差最大达25%以上[221]。此差异源于BE试验测量波传播路径的局部刚度，而RC/CTS试验反映试样的整体平均刚度。尽管文献数据存在测试设备、操作流程及制样条件的偶然误差和系统性误差，且不同类型砂类土的沉积环境和初始状态差异较大，如石英砂和珊瑚砂的e_{max}、e_{min}和($e_{max}-e_{min}$)值显著不同[124]，式(39)仍展现出对G_0预测具有合理且稳健的适用性(图38)。

T. Z. Hang等[208]通过SCS珊瑚砂、福建标准砂及南京砂-粉混合物的BE试验(FC=0%～100%)，拓展了式(39)的应用范围，并修正为：

$$G_0=60.052\left\{\left[1.834\left(\frac{e_{min}}{e_{max}}\right)^{-0.451}-1\right]D_r^{1.821}+1\right\}e_{max}^{-0.451}\left(\frac{p_0'}{P_a}\right)^{0.574} \tag{40}$$

图39对比了2种砂的验证试验及文献中8种砂、1种砾的实测G_0值与式(40)的预测值，数据点基本落在±20%偏差带内。

综上，对各向同性粒状土，G_0与e_{max}、e_{min}间的负幂函数关系受颗粒接触理论严格约束，其数学形式反映了土的微观力学行为物理规律的形式不变性。这一不变性形式表明，G_0作为力学性能指标，由土的颗粒级配与状态指标唯一决定。

4.1.4 基于相关函数的割线剪切模量和阻尼比算法的数学形式不变性

广义非Masing本构模型参数A、B和γ_r标定结果的合理性依赖于G-γ_a和λ-γ_a曲线的试验数据质量。传统的滞回圈法(HL法)采用应力-应变滞回圈计算等效割线剪切模量G和阻尼比λ(图7(b))，但其适用性受应变水平限制：当$\gamma_a>0.1\%$时，滞回圈呈现反S形不对称特征，HL法用于计算λ需谨慎[223]；当$\gamma_a>1\%$时，滞回圈畸变显著，不宜使用HL法[27]；而在$\gamma_a<0.01\%$的低应变范围，由于信噪比低导致难以形成有效的滞回圈(图16)，不应使用HL法[123]。为解决上述问题，G. X. Chen等[123]提出基于相关函数的等效割线剪切模量和阻尼比算法(CF法)。对于正弦循环剪应力$\tau(t)$，其自相关函数$R_\tau(\Delta t)$表示为[123]：

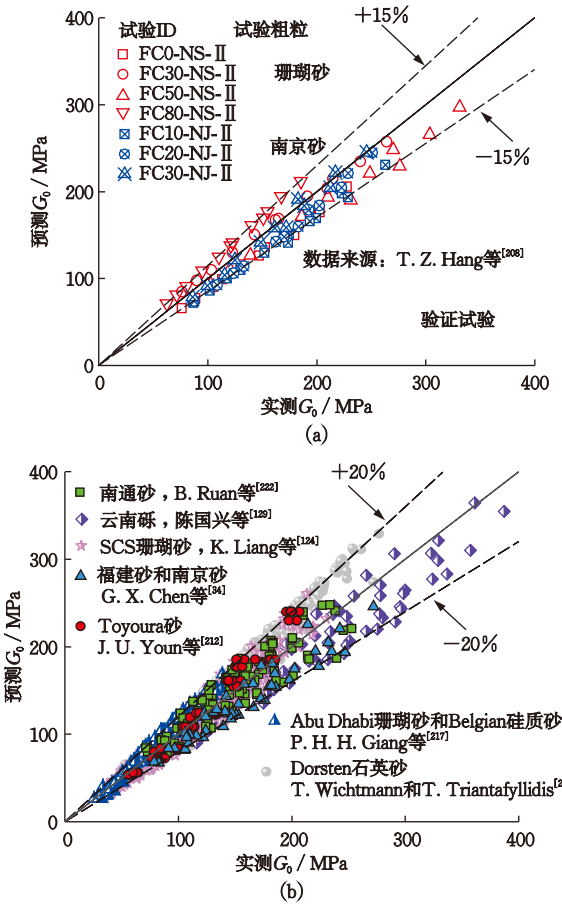


图39 砂类土的测量G_0与式(40)预测G_0的比较[208]

Fig.39 Comparison of measured G_0 and predicted G_0 using formula (40)[208]

$$R_\tau(\Delta t)=\frac{1}{nT}\int_0^{nT-\Delta t}\tau(t)\tau(t+\Delta t)\,dt \tag{41}$$

其中，Δt为两个应力信号之间的时移；$T(=2\pi/\omega)$为循环剪应力的周期；n为循环次数。$R_\tau(\Delta t)$在$\Delta t=0,T,2T,\cdots,nT$处取得局部最大值，这些点共线，其包络线表达式为：

$$R_{\tau,max}(\Delta t)=\frac{(nT-\Delta t)}{2nT}\tau_a^2 \tag{42}$$

同理，$R_\tau(\Delta t)$在$\Delta t=T/2,3T/2,\cdots,(2n-1)T/2$处取得局部最小值，这些点也共线，其包络线表达式为：

$$R_{\tau,min}(\Delta t)=-\frac{(nT-\Delta t)}{2nT}\tau_a^2 \tag{43}$$

由式(42)与式(43)可导出剪应力幅值τ_a：

$$\tau_a=\sqrt{R_{\tau,max}(0)-R_{\tau,min}(0)} \tag{44}$$

类似地，剪应变幅值γ_a可通过正弦循环剪应变$\gamma(t)$的自相关函数$R_\gamma(\Delta t)$的包络线纵截距确定：

$$\gamma_a=\sqrt{R_{\gamma,\max}(0)-R_{\gamma,\min}(0)} \tag{45}$$

其中，$R_{\gamma,\max}(0)$和$R_{\gamma,\min}(0)$分别为$R_\gamma(\Delta t)$的上、下包络线纵截距（图40）。据此，将式(44)和式(45)代入等效割线剪切模量（图7(b)）表达式$G=\tau_a/\gamma_a$，即可求得G值。

为求解阻尼比λ，需分析正弦循环剪应力$\tau(t)$与应变$\gamma(t)$的互相关函数$R_{\tau\gamma}(\Delta t)$：

$$R_{\tau\gamma}(\Delta t)=\frac{1}{nT}\int_0^{nT-\Delta t+\Delta t_0}\tau(t)\gamma(t+\Delta t)\mathrm{d}t \tag{46}$$

其中，Δt_0（$=\varphi/\omega$）为$\tau(t)$与$\gamma(t)$之间的时延；$R_{\tau\gamma}(\Delta t)$在$\Delta t=\Delta t_0$处取得最大值。式(46)对Δt求导后，当导函数$\dot{R}_{\tau\gamma}(\Delta t)$首次出现瞬时零点时有$\Delta t=\Delta t_0$。因此，$\Delta t_0$可通过互相关函数曲线峰点（$\Delta t_0$, $R_{\tau\gamma,\max}$）确定（见图8），则相应的相位角φ由下式计算：

$$\varphi=\omega\Delta t_0=\frac{2\pi}{T}\Delta t_0 \tag{47}$$

结合黏性阻尼理论，λ计算的CF法表达式可写为：

$$\lambda=\frac{1}{2}\tan\left(\frac{2\pi}{T}\Delta t_0\right) \tag{48}$$

CF法假设：(1)形式上类似胡克定律的等效割线剪切模量G的表达式（$G=\tau_a/\gamma_a$）在任意应变水平下均成立；(2)土的阻尼行为可用等效线性黏滞模型表征，能量耗散与应变速率成正比。据此，G与λ的算法具有数学形式不变性。

图40展示了小应变和较高应变水平下实测$\tau(t)$和$\gamma(t)$时程的自/互相关函数。由于背景噪声在不同时刻是独立的，自相关和互相关函数能在频域有效消除背景噪声，适用于信噪比低的信号[224]。尽管小应变下$\tau(t)$和$\gamma(t)$的实测时程包含大量背景噪声，但计算得到的相关函数曲线是平滑的（图40）。这表明CF法能有效消除背景噪声对G和λ计算值的影响。

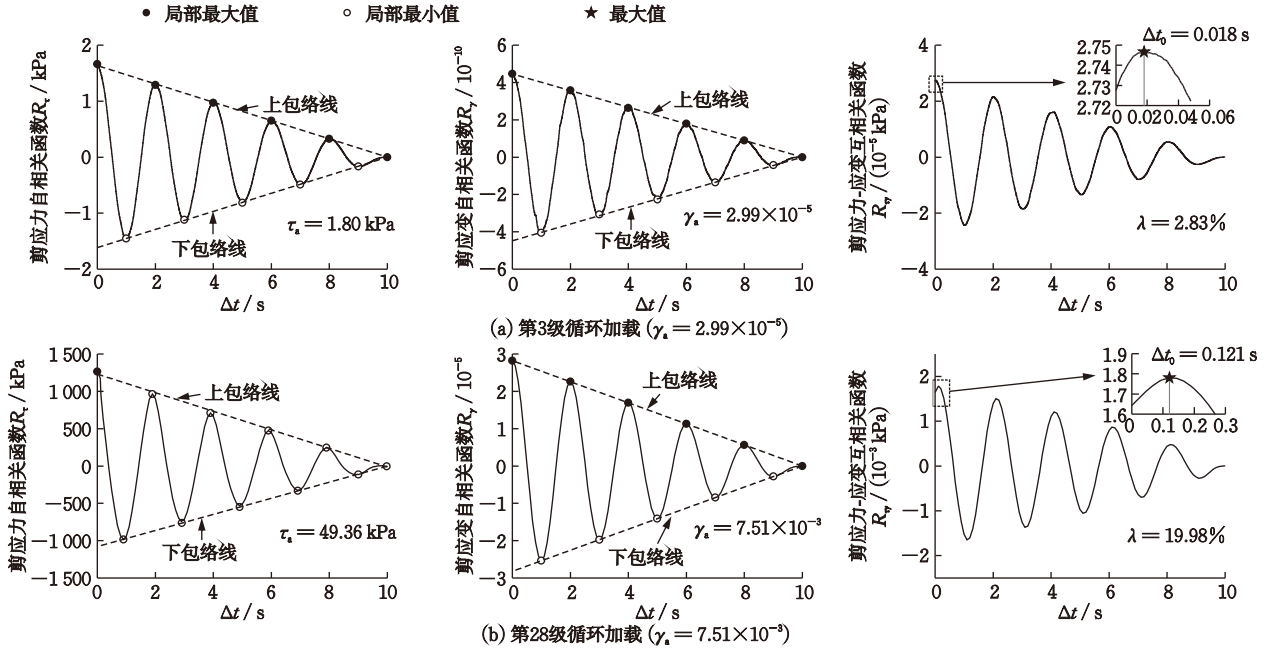


图40　试样Mγ-100-50的剪应力/应变时程的自/互相关函数[123]

Fig.40　Auto-and cross-correlation functions of shear stress and strain time histories for specimen Mγ-100-50[123]

图41对比了不同方法计算的G和λ随γ_a的变化。结果显示：当$\gamma_a<0.02\%$时，HL法计算的G随γ_a增大而上升，而λ则随γ_a增大而下降，与土的非线性行为相悖；而CF法的计算结果与理论预期一致。当$\gamma_a>0.02\%$时，两种方法计算的G值趋近；在$0.02\%\leqslant\gamma_a\leqslant0.2\%$区间内，$\lambda$计算结果亦相近。然而，当$\gamma_a>0.7\%$时，HL法计算的$\lambda$值骤降，但结合图17中$\eta/\eta_0=G/G_0$的对应关系及高应变下$\eta/\eta_0$-$\gamma_a$曲线平缓地趋近低值的特征，$\lambda$值的突变缺乏合理性。此外，修正HL法[225]在高应变水平下可能得出$\lambda=30\%\sim40\%$的异常值。相比之下，CF法计算的λ值随γ_a呈现合理的单调平缓上升趋势，与η/η_0-γ_a关系的衰减特性相协调，凸显了CF法在数学形式与物理意义上的双重优越性。

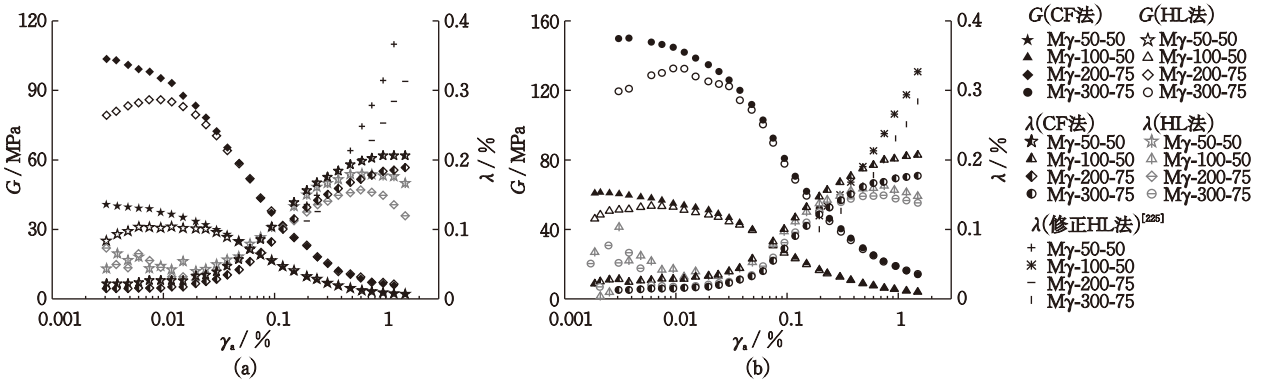


图41　不同方法计算的试样Mγ-100-50的G与λ随γ_a的变化[123]

Fig.41　Curves of G and λ with increasing γ_a calculated by different methods for specimen Mγ-100-50[123]

4.2　基于峰值孔压统一模型的场地液化评价普适性方法

通过饱和粉土的不排水MCHC试验，G. X. Chen等[28]发现：CSR与循环应力路径对偏应变幅值γ_{qa}与r_{up}的相关性影响甚小。基于此，他们提出了γ_{qa}（%）与r_{up}之间的半经验关系（图42）：

$$\gamma_{qa}=A\cdot\tan\left(\frac{\pi}{2}r_{up}\right) \tag{49}$$

式中，A为与土的类型及初始物理状态相关的系数。

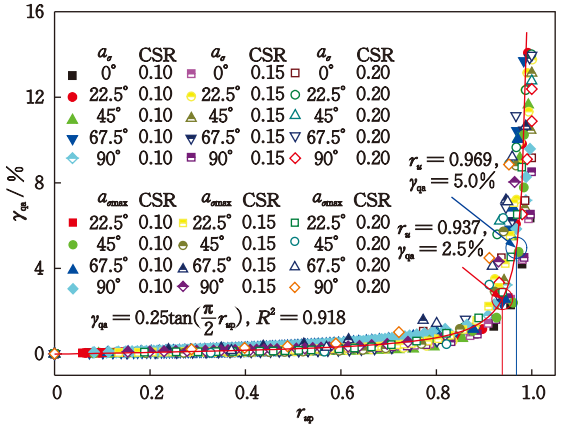


图42　不排水循环加载下饱和粉土r_u与γ_{qa}的关系[28]

Fig.42　Relationship between γ_{qa} and r_u for saturated silt soil[28]

室内单元试验及离散元模拟表明，式（49）适用于不同的循环加载条件及可液化土类型、沉积环境和初始状态[120,226-231]。在后续研究中，G. X. Chen等[29]对饱和SCS珊瑚砂开展了不排水MCHC试验，发现ε_2可高达2%以上，不可忽略。由于γ_{ga}综合了ε_1、ε_2与ε_3，而γ_{qa}未包含ε_2，因此，γ_{ga}能更全面地定量表征2D/3D应变空间中土的整体变形水平。因而，G. X. Chen等[29]用γ_{ga}替代γ_{qa}，提出了更具普适性的表达式[图43]：

$$\gamma_{ga}=A\cdot\tan\left(B\times\frac{\pi}{2}r_{up}\right) \tag{50}$$

式中，A和B是与砂类土有关的系数。

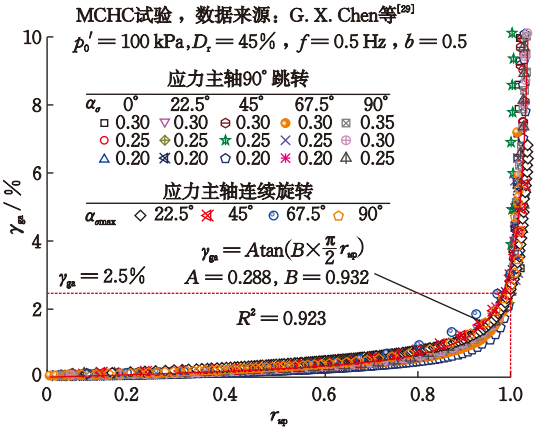


图43　不排水循环加载下饱和珊瑚砂类土r_{up}与γ_{ga}的关系[29]

Fig.43　Relationship between γ_{ga} and r_{up} for saturated SCS coral sandy soil[29]

图44表明，对于不同类型和沉积环境的砂类土，系数A随等效骨架孔隙比e_{sk}^*呈幂律递减[74]。这表明，e_{sk}^*可作为综合反映砂类土密实状态（如D_r）、颗粒级配、矿物组成和形态特征等因素对u_e影响的单变量状态参数。相反，系数B基本保持恒定，仅取决于砂类土的类型。SCS珊瑚砂与福建砂在e_{sk}^*值上的显著差异（通过系数A对e_{sk}^*的依赖性及系数B体现），揭示了颗粒矿物成分与形态特征对u_e增长的重要作用[29-30,65,74]。这一发现从物理力学机制上解释了在类似条件下饱和SCS珊瑚砂较之硅质砂的抗液化强度更高的内在原因。

鉴于γ_{ga}低于$\gamma_{ga,th}$时u_e不会发生或累积（图3～图5），为量化$\gamma_{ga,th}$对r_{up}的影响，G. X. Chen等[30]提出了

应变偏差的概念，并定义为(γ_{ga}-$\gamma_{ga,th}$)，通过将式(50)中的γ_{ga}项替换为(γ_{ga}-$\gamma_{ga,th}$)项，给出了(γ_{ga}-$\gamma_{ga,th}$)与r_{up}之间的半经验关系：

$$\gamma_{ga}-\gamma_{ga,th}=A\cdot\tan\left(B\times\frac{\pi}{2}r_{up}\right) \tag{51}$$

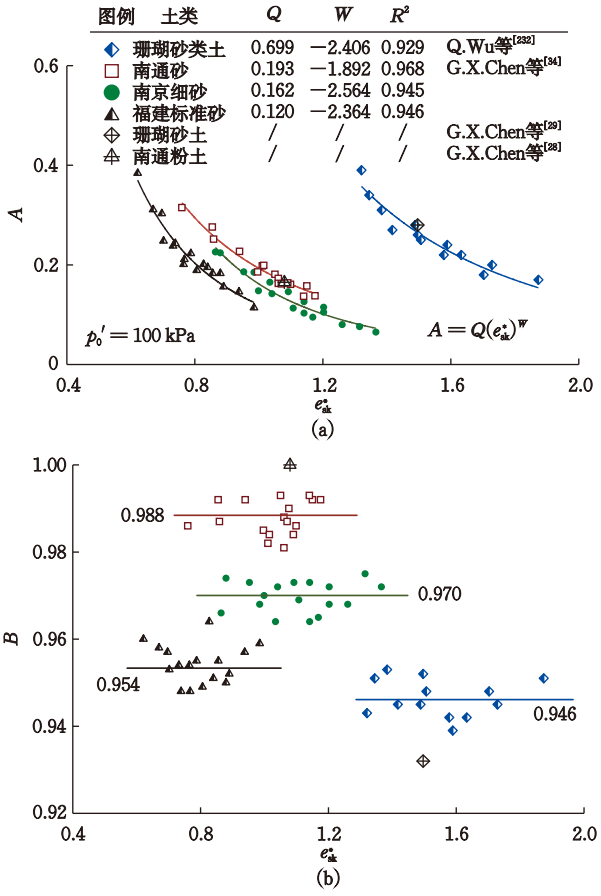


图44 式(49)-(52)中的系数A、B与饱和砂类土的e_{sk}^*的关系[74]

Fig.44 Variation of coefficients A and B in Eqs. (49)-(51) with e_{sk}^* for various saturated sandy soils[74]

该模型不受砂类土的类型、沉积环境及宽频范围内循环加载条件的限制(图3)。另外，式(51)可改写为以(γ_{ga}-$\gamma_{ga,th}$)为变量的r_{up}显式预测模型：

$$r_{up}=\frac{2}{\pi}\frac{1}{B}\arctan\left(\frac{\gamma_{ga}-\gamma_{ga,th}}{A}\right) \tag{52}$$

对于初始状态给定的饱和可液化土，r_u(或r_{up})与W_c存在唯一性关系[65,69,73-74,100-104]，而W_c和γ_{ga}通过式(2)存在物理关联不变性，因此，根据映射传递性原理，r_u(或r_{up})和γ_{ga}可通过变量W_c构建唯一性关系，式(49)-(52)均是基于物理的孔压模型表达式；且式(51)或式(52)为累积峰值孔压(r_{up})统一模型。需注意的是，对式(51)或式(52)，依据$\gamma_{ga,th}$的物理意义，当$\gamma_{ga}<\gamma_{ga,th}$时，应取$\gamma_{ga}=\gamma_{ga,th}$。

基于此，可通过前述的“虚拟等效场地”非线性总应力分析获取场地反应的γ_{ga}值，并利用式(52)计算r_{up}值，如$r_{up}>0.90$，则场地会发生液化(图15)，如$r_{up}\approx0.90$，则场地处于液化边缘状态，从而实现基于u_e的场地液化势量化评价。需注意，描述土的滞回应力-应变特性的Masing或非Masing型非线性滞回本构模型在很小应变下均呈现出近零阻尼特性。然而，土在非常小应变下呈现出阻尼特性。陈国兴等通过系统性的试验研究发现了土在极小应变下仍具有可观测的阻尼比λ_{min}(称为小应变阻尼比)这一重要特性[233-235]，后续的研究进一步证实了这一重要发现[96-97,236-237]。λ与G/G_0呈负相关性的半经验通用公式可表示为[233-237]：

$$\lambda=\lambda_{min}+\beta_1(1-G/G_0)^{\beta_2} \tag{53}$$

式中，λ_{min}为与G_0取值的剪应变水平相对应的阻尼比；β_1和β_2为λ-γ_a曲线的形状系数，与土性有关的拟合系数。值得注意的是，β_1是具有物理意义的系数，其值为$G\to0$时的λ值，即：$\beta_1=\lambda_{max}-\lambda_{min}$。$\lambda_{min}$的形成机制具有多因素耦合特征，其值可能与土的沉积环境、母岩矿物成分、有效上覆压力、循环加载路径，以及土的空间不均匀性引起的地震波散射效应等因素有关[96-97,236-239]。值得注意的是，基于竖井地震台阵场地反应反演获得的λ_{min}值可达室内单元试验测定结果的1.5～5.5倍[239]。为有效解决地震反应分析中近零阻尼引起的数值失稳问题，实践中可采用附加定常阻尼的简化处理方法[58,191]。场地反应分析采用的λ_{min}取值设定为室内试验测定值的2倍时，可获得与实测数据吻合良好的计算结果[58]。

4.3 基于增量孔压统一模型的场地液化评价普适性方法

地震和海浪作用下饱和可液化土中的孔隙水不会排出，导致土颗粒滑移而引起土骨架塑性剪应变和体应变的耦合效应(剪切-体变耦合效应)。该现象在沉积土的空间分布不均匀或地形复杂场地中尤为显著。G. X. Chen等[30,67]提出的剪切-体变耦合模型可解释排水条件下室内循环试验中观测到的体应变行为，通过文献中试验数据验证了其有效性。G. X. Chen等[30]提出的基于物理的峰值孔压增量(Δu_{ep})统一模型，假设孔隙水不可压缩，通过体积模量K_b建立体积相容性关系，其表达式为：

$$\Delta u_{ep}=K_b\Delta\varepsilon_{vp} \tag{54}$$

与循环加载条件(很宽频带的循环应力路径)

及可液化土特性无关的剪切-体变耦合的统一方程：

$$\frac{\Delta\varepsilon_{vp}}{(\gamma_{ga}-\gamma_{ga,th})^{C_3}}=C_1\exp\left\{-C_2\frac{\varepsilon_{vp}}{(\gamma_{ga}-\gamma_{ga,th})^{C_3}}\right\} \tag{55}$$

以及排水条件的峰值孔压比 r_{up} 与不排水条件的峰值体积应变 ε_{vp}（%）的普适关联方程：

$$r_{up}=m\ \arctan(n\varepsilon_{vp}) \tag{56}$$

通过 r_{up} 对 ε_{vp} 求导，可得到 K_b 表达式：

$$K_b=\frac{100\,m\,n\,p_0'}{1+\tan^2(r_{up}/m)} \tag{57}$$

式中，Δu_{ep} 为不排水条件下每半周循环的峰值超静孔隙水压力 u_{ep} 的增量；$\Delta\varepsilon_{vp}$ 为排水条件下每半周循环的峰值体应变 ε_{vp} 的增量；K_b 和 p_0' 的单位为 kPa；C_1，C_2 和 C_3 为与可液化土的类型和初始状态有关的系数；n 为与可液化土的初始状态有关的系数（图 45）；m 为与可液化土的类型（级配特征）和沉积环境（颗粒形态和矿物学）有关的常数（图 45）。需注意，当 r_{up} 趋近于 1.0 时 K_b 趋于最小值；而当 γ_{ga} 低于阈值 $\gamma_{ga,th}$ 时 K_b 取最大值。

从不变性理论的视角，基于物理的 Δu_{ep} 统一模型具有多重物理-数学不变性，具体体现在：

（1）数学形式与物理机制的解耦性：式（54）通过体积模量 K_b 将物理规律与数学形式分离。这一特性反映了可液化土力学行为的客观性，即物理规律独立于具体的材料或加载路径，可通过统一的数学形式表达。

（2）数学形式不变性：剪切-体变耦合方程式（55）以及 r_{up} 与 ε_{vp} 的关联方程式（56）不因可液化土特性或循环加载条件改变而重构。

（3）循环加载条件不变性：式（55）和式（56）的有效性不依赖于循环加载的频率、路径、水平和方式（单级或分级）的影响。

（4）材料本构行为的不变性：式（55）和式（56）的系数仅与可液化土的类型、沉积环境和初始状态有关，与循环加载条件无关，将复杂的物理依赖关系抽象为参数标定问题，通过系数标定可实现模型的普适性。

（5）数学操作不变性：式（57）通过微分运算导出，保持数学逻辑的自洽性，不因可液化土特性的差异而改变。

图 45 展示了 Monterey 砂[240]、Ottawa 砂和 SCS 珊瑚砂类土[30]在相同 γ_{ga} 下不排水试验的 r_{up} 与排水试验的 ε_{vp} 的关系。可以观察到，循环加载条件对物理量 r_{up} 与 ε_{vp} 的关联关系影响轻微，r_{up} 与 ε_{vp} 之间存在唯一性形式的关联关系，并服从式（56）的幂律形式。对于 Monterey 砂、Ottawa 砂和 SCS 珊瑚砂土：系数 n 主要受初始物理状态（如 D_r）的影响；系数 m 分别为 0.799、0.634 和 0.645。独立验证试验与文献数据表明（图 46）：模型预测值与试验实测值非常吻合，验证了该模型对不同循环加载条件下各类可液化土的超静孔压预测的普适性。

需特别说明的是，对于 CTX 试验条件，G. X. Chen 等[67]发现剪切-体变耦合方程可表示为：

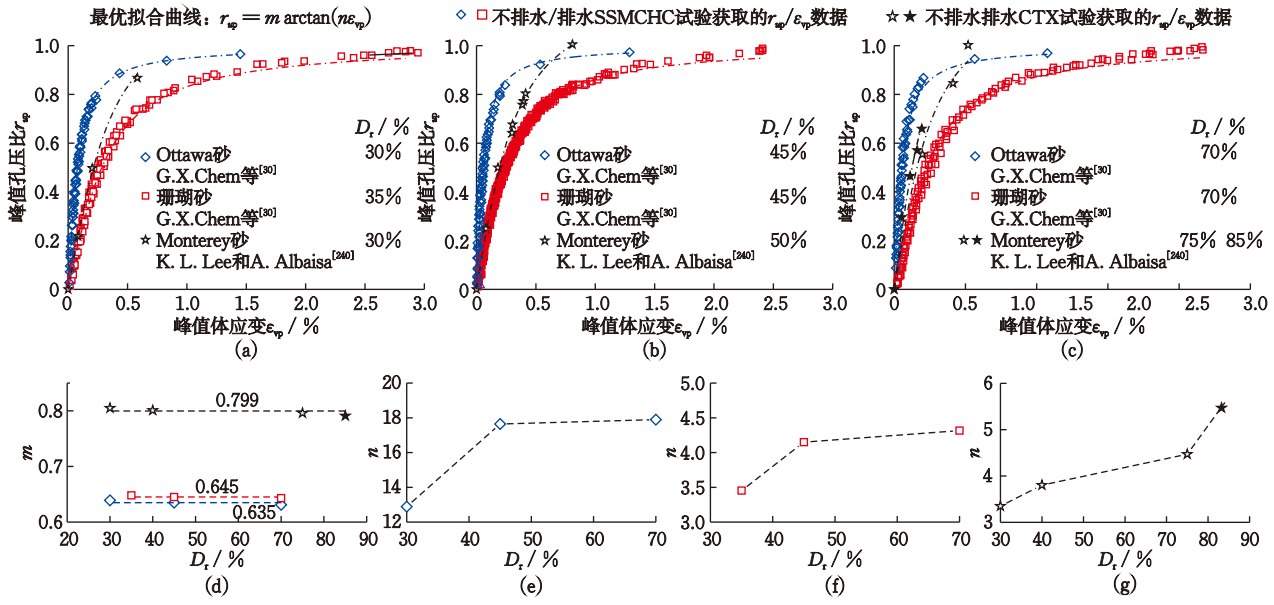


图 45　相同的广义剪应变下不排水试验的 r_{up} 与排水试验的 ε_{vp} 的关系[30,96]

Fig.45　Relationship between r_{up} obtained in undrained cyclic laboratory tests and ε_{vp} from drained cyclic laboratory tests for sandy soils with different sedimentary environments at same γ_{ga}[30,96]

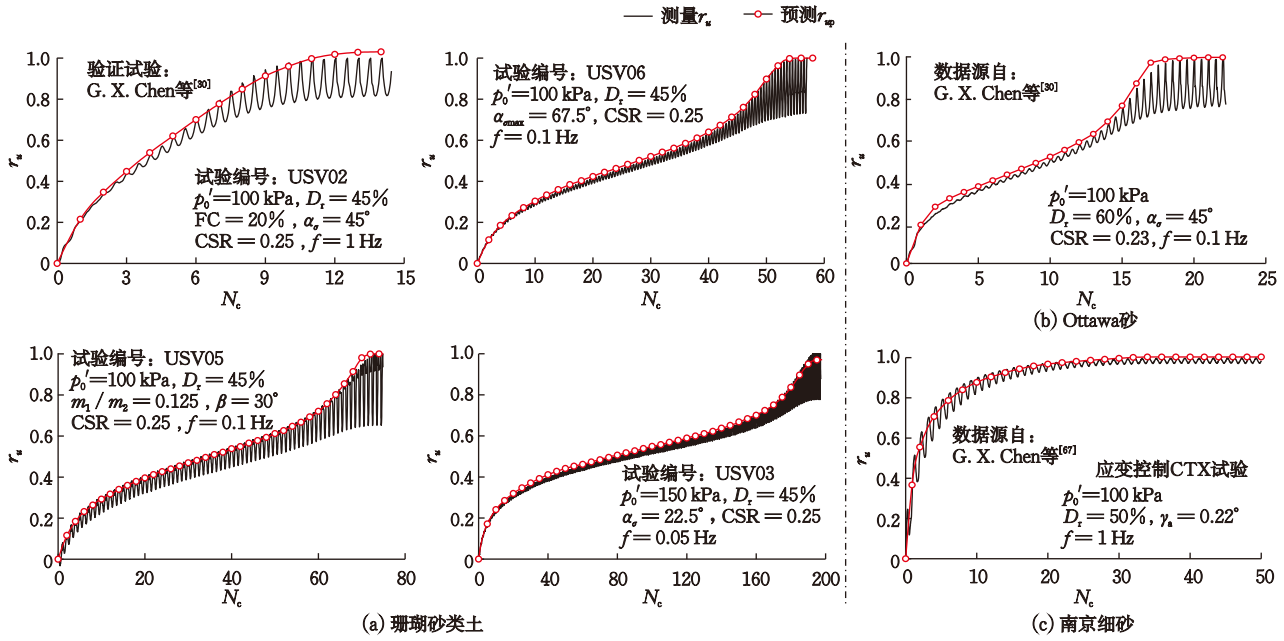


图46　基于物理的峰值孔压增量统一模型的验证

Fig.46　Validation of physics-based unified model of increment of peak excess pore water pressure

$$\frac{\Delta\varepsilon_{vd}}{(\gamma_a-\gamma_{th})^{C_3}}=C_1\exp\left\{-C_2\frac{\varepsilon_{vd}}{(\gamma_a-\gamma_{th})^{C_3}}\right\} \tag{58}$$

式(58)(称为2019模型)与式(55)(称为2024模型)具有相同的数学形式，只是式(55)中的γ_{ga}、$\gamma_{ga,th}$分别替换成剪应变幅值γ_a、门槛剪应变γ_{th}，而ε_{vp}、$\Delta\varepsilon_{vp}$分别替换成残余体应变ε_{vd}及每半周循环中ε_{vd}的增量$\Delta\varepsilon_{vd}$。在纯剪切状态下，$\gamma_{ga}=\gamma_a$，$\gamma_{ga,th}=\gamma_{th}$。因此，2019模型为2024模型的特例，反之，2024模型为2019模型的一般化拓展，以适应2D/3D应变空间及宽频范围多维/向循环加载条件。

值得注意的是，G. X. Chen等[30]发现，不论循环加载条件及可液化土的初始物理状态，在排水条件下γ_{ga}与ε_{vp}之间存在唯一性形式的关联关系(图47)，且两者的关系可通过幂律形式描述：

$$\varepsilon_{vp}=\xi_1(\gamma_{ga})^{\xi_2} \tag{59}$$

式中，ξ_1是与砂土类型及初始物理状态密切相关的系数，且ξ_1随D_r的增大而减小，两者呈负幂律关系。对于SCS珊瑚砂类土、南京细砂和Ottawa砂，ξ_2值分别为1.20、1.17和0.99。

如$\Delta\varepsilon_{vp}$和$\Delta\gamma_{ga}$的时间步长Δt足够小，则通过将式(59)中的ε_{vp}对γ_{ga}求导，可得：

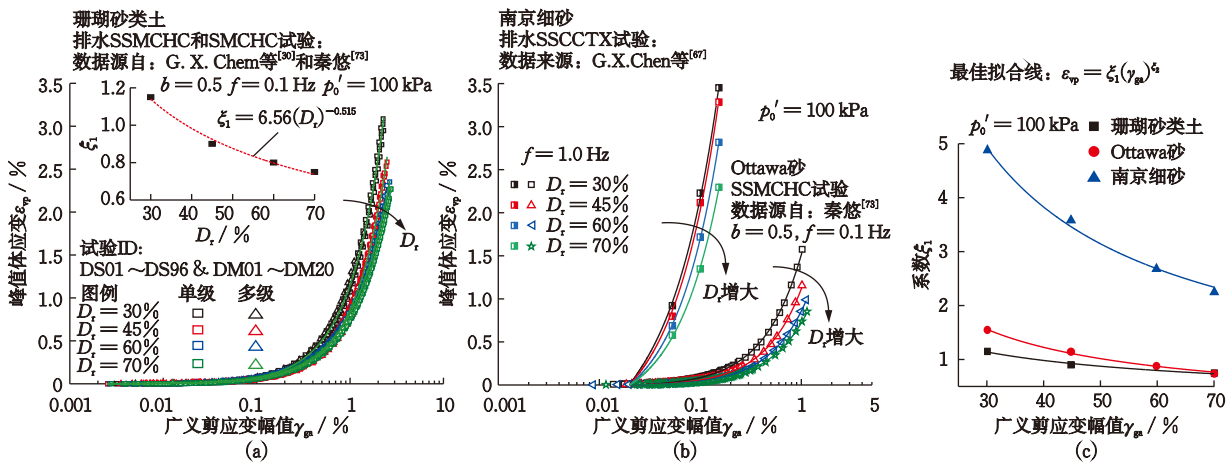


图47　排水条件下砂类土γ_{ga}与ε_{vp}的关系

Fig.47　Relationship between ε_{vp} and γ_{ga} for sandy soils under drained cyclic loading

$$\left.\frac{\Delta\varepsilon_{vp}}{\Delta\gamma_{ga}}\right|_{\Delta t\to 0}=\frac{d\varepsilon_{vp}}{d\gamma_{ga}}=\xi_1\xi_2(\gamma_{ga})^{\xi_2-1} \tag{60}$$

则可得到每半周循环中$\Delta\varepsilon_{vp}$的简单方程：

$$\Delta\varepsilon_{vp}=\xi_1\xi_2(\gamma_{ga})^{\xi_2-1}\times\Delta\gamma_{ga} \tag{61}$$

通过结合式(54)、(57)和(61)，也可有效捕捉循环室内单元试验的剪切-体积耦合效应[74]。

预测循环剪切-体变耦合引起的u_e增长的两种算法具有明确的物理基础。相较于式(55)，式(59)或式(61)中系数ξ_1和ξ_2的试验标定更为简单，从而使式(59)或式(61)在工程中应用更为方便。

地震和海浪引起的可液化土中u_e的增长会导致剪切刚度/模量的软化。基于循环刚度软化的概念[223]，G.X. Chen等[58]将G_0和γ_r替换为随孔压比r_u更新的变量G_0^t和γ_r^t，可实现上述的广义非Masing滞回本构模型与Δu_e模型的耦合：

$$G_0^t=G_0\sqrt{1-r_u} \tag{62}$$

$$\gamma_r^t=\gamma_r\sqrt{1-r_u} \tag{63}$$

形成新的饱和土有效应力-应变本构模型，以模拟可液化土因u_e增长引起的循环刚度软化。基于此，G.X. Chen等[58]提出了可液化场地非线性反应分析的弱耦合有效应力法。该方法可模拟地震和海浪作用下易液化沉积土层的1D、2D和3D场地反应。

地震和海浪引起的可液化土u_e的计算可通过场地反应的弱耦合有效应力分析实现[58]：于每半周循环结束时，首先计算瞬时增量Δu_e，并将该Δu_e累加至历史累积的u_e值以更新当前的u_e；随后，当应力-应变路径发生下一次应变反转时，需更新土单元的相关状态变量，以反映应力-应变路径方向的改变。因此，u_e可简单地通过场地反应弱耦合有效应力分析的显式时域逐步积分算法对每半周循环Δu_e求和来计算累积的u_e值，从而实现基于u_e的场地液化势的定量评价。G. X. Chen等[58]将平面(2D)应变条件下的γ_{ga}作为γ_{eq}，对日本Port Island竖井台阵液化场地的地震反应模拟结果验证了该弱耦合有效应力法在捕捉多层可液化场地的自由场反应主要特征(水平与竖向地震动的放大与滤波效应)的能力与适用性(图48)：模拟结果很好地再现了不同

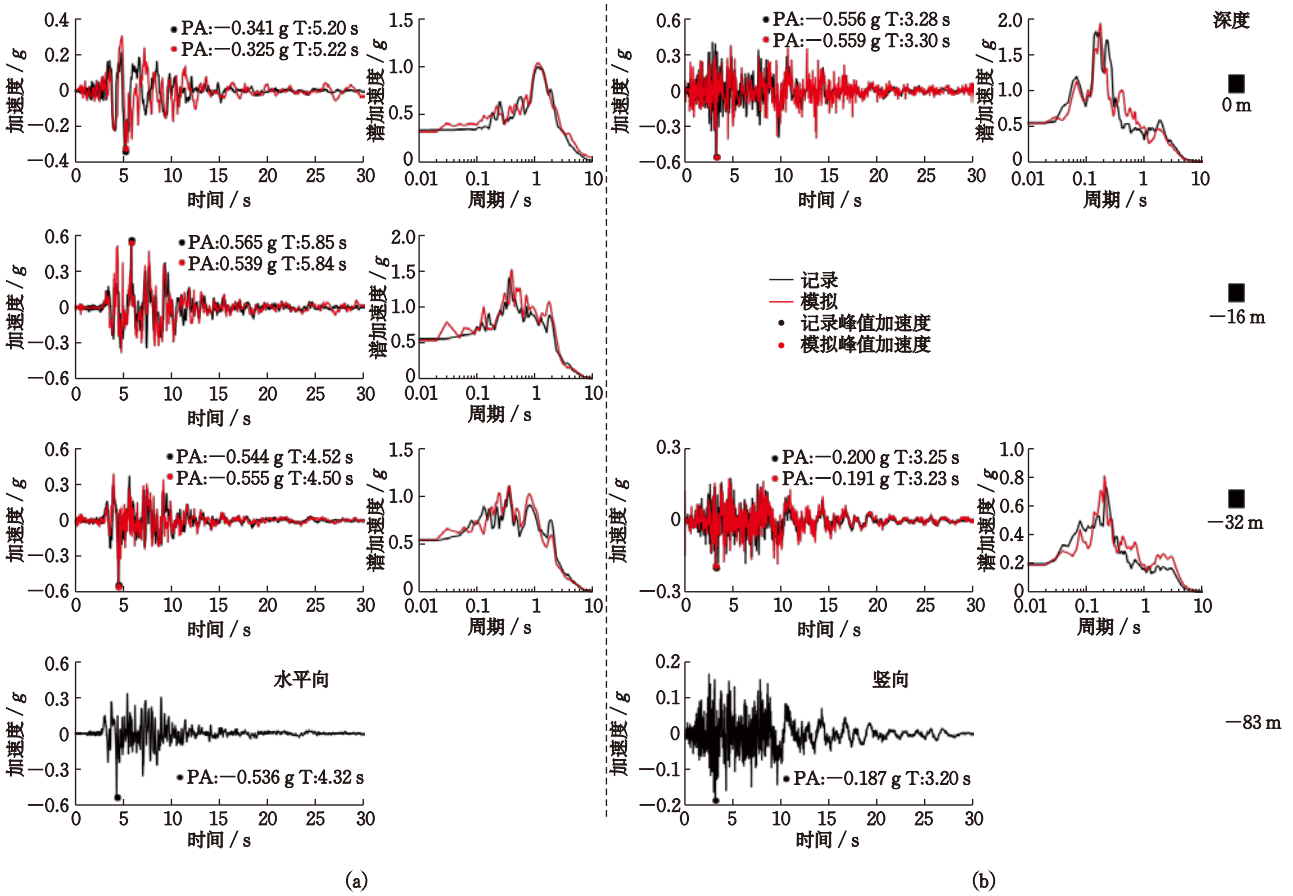


图48　模拟与记录的Port Island台阵液化场地加速度时程和5%阻尼比的谱加速度的对比[58]

Fig.48　Comparisons of simulated and recorded accelerograms and 5% damping spectral accelerations at liquefied site, Port Island borehole array[58]

深度处的水平与竖向地震动加速度时程及宽频带谱加速度。这表明该方法能有效表征液化场地的反应特性，可为场地液化评价提供可靠的工具。

5 总结与讨论

本文阐述了陈国兴等提出的“砂土液化不变性理论”的内涵，可为液化机理的重新诠释、场地液化势评价的范式革新及减轻液化灾害策略的制定奠定理论基础。主要内容总结如下。

砂类土在循环荷载作用下的门槛广义剪应变（$\gamma_{ga,th}$）作为土非线性弹性与弹塑性状态的分界指标，其唯一性由土的类型、沉积环境（矿物成分与颗粒形态）及初始状态决定，与试验的排水条件和循环加载条件无关。通过单位体积累积耗散能 W_c 与广义剪应变幅值 γ_{ga} 之间的幂律关系，揭示了2D/3D应变空间中土的应力-应变演化与其物理状态变化的内在关联。这一发现奠定了不同循环荷载下可液化土的（不排水）峰值孔压比（r_{up}）、（排水）峰值体积应变（ε_{vp}）与 γ_{ga} 三者间存在唯一对应关系的物理-力学基础，揭示了耗散能框架下可液化土本构行为的物理规律不变性。

通过定义表观黏度 η 与平均流动系数 κ_a，阐明了可液化土从固态向黏性流体渐进相变的物理机制；阐释了土颗粒-组构系统的演化是超静孔隙水压力（u_e）产生的基本物理-力学机制，而伴随的物理状态变化是驱动 u_e 增长的内在机制；揭示了不同循环加载下可液化土剪应变率的差异是导致 u_e 增长速率差异的内因。诠释了可液化土从固-液混合相向液相转变的边际峰值孔压比 $r_{u,pm}=0.90$ 且具固有的鲁棒性，可作为室内单元试验与现场土液化触发的普适性判据；阐明了可液化土的液化触发机制兼具力学阈值（$r_{u,pm}$）与物理相变（土颗粒组构破坏与类似黏性流体的行为）的双重特征。

提出了统一度量不同初始应力状态和循环加载条件下单元体循环应力水平的新指标USR，并推导出USR与传统指标-循环应力比CSR的关系；明晰了抗液化触发强度曲线为可液化土从固-液混合相向瞬态液相转变的阈值状态线，其仅由可液化土初始状态决定。通过定义单元体循环应力比USR指标，消除了循环应力路径与中主应力系数、初始静主应力及方向和中主应力影响的对抗液化触发强度的影响；USR-N_{clt}（对应 $r_{up}=0.90$ 的循环次数）关系服从普适的负幂律形式；阐明了液化触发阈值物理状态（土颗粒组构重构与破坏的瞬态平衡）的唯一性是USR-N_{clt} 曲线具有唯一性的物理力学基础。该发现为多向循环加载下不同初始状态的可液化土抗液化触发强度的唯一性表征提供了理论基础。

基于等效状态理论，证实当细颗粒含量低于门槛值时，等效骨架孔隙比（e^*_{sk}）可作为表征可液化土的动力行为特征的单一物理状态变量。阐明了15次循环加载的抗液化强度（CRR_{15} 或 URR_{15}）及应力修正剪切波速（V_{s1}）均随 e^*_{sk} 增大呈负幂律减小。定义砂类土 CRR_{15} 与 e^*_{sk}、V_{s1} 和 e^*_{sk} 负幂律关系的前置系数与幂指数，可通过显式表达式建立其与砂粒/细粒基本指标的定量关系。诠释了 CRR_{15}（或 URR_{15}）、V_{s1} 与 e^*_{sk} 的物理/力学关联不变性；基于 $CRR_{15}\rightarrow e^*_{sk}\rightarrow V_{s1}$ 三者的复合映射链，通过状态指标 e^*_{sk}，构建了与场地土类型相关的 CRR_{15}-V_{s1} 液化触发曲线。该场地液化评价新范式突破了传统范式对原位测试数据的依赖，以及液化触发曲线与场地土类型及土的基本物理指标无关的局限性。汶川地震砂砾土液化案例验证了新范式的有效性。

提出了一组简单的剪应力-应变滞回圈构建法则，以单一的剪应变增量为零作为加/卸载法则（应变反转法则），结合自适应滞回圈缩放因子 n_c，构建了能有效表征土的强非线性行为的1D广义非Masing非线性滞回本构模型。该应变反转法则具有应力-应变路径无关性（物理判据不变性）、简单且高精度的特征。阐释了2D/3D应变空间中等效剪应变 γ_{eq} 的增量算法，通过 γ_{eq} 对1D剪应变的等效替代，实现了2D/3D应力条件下土的强非线性滞回行为的有效表征，解决了多维不规则循环加载下应力-应变路径的数学表征难题。

最大剪切模量 G_0、等效割线剪切模量比 G 和阻尼比 λ 为标定广义非Masing本构模型参数所需的基本物理量。阐明了 G_0 与极孔隙比（e_{max}、e_{min}）的物理关联不变性；通过剪应力、应变的自/互相关函数提取 G 与 λ 的算法（CF法），具有数学形式与物理机制的普适性。诠释了通过体积模量 K_b 将剪切-体变耦合效应与孔压增长相关联的峰值孔压增量（Δu_{ep}）统一模型呈现出材料本构行为、数学形式和循环加载条件的三重不变性。

通过物理机制（滞回非线性、剪切-压缩耦合）与巧妙的数学形式（等效剪应变 γ_{eq} 的增量算法）及作

为加/卸载判据的应变反转法则的深度融合，构建了基于广义非Masing本构模型的高效、高精度的1D、2D和3D场地动力反应弱耦合有效应力分析的普适新方法。该方法成功再现了液化台阵场地自由场地震波动特征，验证了其对多层可液化土中多维非线性地震波动的模拟能力，证实了基于Δu_{ep}模型的场地液化评价方法的普适性。

通过定义应变偏差(γ_{ga}-$\gamma_{ga,th}$)，阐明了峰值孔压比r_{up}与(γ_{ga}-$\gamma_{ga,th}$)的物理关联不变性，给出了基于物理机制的峰值孔压(r_{up})统一模型；厘清了多因素耦合影响u_e增长速率的内在机制，并提出了基于物理力学机制的以e^*_{sk}为指标的统一度量方法。该方法可以定量诠释不同可液化土u_e增长速率的差异。结合“虚拟等效场地”动力反应的非线性总应力分析，可实现基于r_{up}模型的场地液化势量化评价。

尽管砂土液化不变性理论在液化机理阐释及其潜在应用方面取得了突破性进展，仍需关注以下问题：

(1)珊瑚砂类土、砂砾混合土与硅质砂类土的液化行为呈现显著差异，该理论对其细观组构演化与宏-微观特性的关联性研究尚不充分，尚需结合离散元模拟与微观CT技术，开展多尺度机理研究；特别是砾类土中细粒参与应力传递的比例系数b_f的确定，需发展基于颗粒级配的泛化模型。

(2)从固-液混合向瞬态黏性液相转变的边际峰值孔压比$r_{u,pm}$=0.90在室内单元试验中表现稳健，但缺乏地震现场实测数据的直接验证。宜结合中国地震科学实验场建设，开展可液化场地的孔压-应变-强地震动的联合观测。USR与多维地震动作用下现场液化应力条件的量化关系，仍需进一步探索。同时，现有室内单元试验数据多集中于低-中循环应力水平(CSR<0.4)，该理论对罕遇强地震动/巨浪导致的高CSR(>0.5)以及与渗流耦合效应情况下的适用性，尚需通过离心机试验与现场液化实测数据进一步验证。

(3)现有Rahman简化公式对确定砾类土b_f值的适用性需系统验证，宜进行专门的试验研究。同时，室内单元试验与现场应力条件的差异校正(如多维震动效应)需通过离心机试验与现场实测的对比分析加以完善，以提升理论模型对现场液化评价的适用能力。

(4)基于u_e的场地液化评价方法，当前主要基于室内单元试验与理论研究，需进一步研究现场的超静孔压重分布、多维地震动及渗流耦合效应的影响，有待进一步探索。构建的广义非Masing模型仅在土层厚度小于90 m的Garner Valley竖井台阵非液化场地和Port Island竖井台阵液化场地的强震记录得到了验证，宜结合深井台阵强震记录的反演分析，验证广义非Masing模型对极深厚(100～200 m甚至更深)复杂场地非线性多维地震波动的模拟能力。

参考文献：

[1] 王国维. 古本竹书纪年辑校·今本竹书纪年疏证[M]. 北京：国家图书馆出版社，2021：160.

[2] [元]脱脱. 宋史(全四十册)丛书：点校本二十四史[M]. 北京：中华书局，1977：14024.

[3] Tappan E M. The world's story：A history of the world in story, song and art. Vol. 5：Italy, France, Spain, and Portugal[M]. Boston：Houghton Mifflin, 191：618-628.

[4] Holzer T L, Noce T E, Bennett M J. Strong ground motion inferred from liquefaction caused by the 1811 - 1812 New Madrid, Missouri, earthquakes[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2015, 5 (5)：2589-2603.

[5] Hayati H, Andrus R D. Liquefaction potential map of Charleston, South Carolina based on the 1886 earthquake[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134 (6)：815-828.

[6] Wakamatsu K, Hamada M, Yasuda S, et al. Liquefaction induced ground displacement during the 1923 Kanto earthquake [C] //Proceedings of the Second US-JAPAN Workshop on Liquefaction, Large Ground Deformation and Their Effects on Lifelines. Tokyo：Springer, 1989：36-49.

[7] Ohsaki Y. Niigata Earthquake, 1964 building damage and soil condition[J]. Soils and Foundations, 1966, 6 (2)：14-37.

[8] Youd T L. Ground failure investigations following the 1964 Alaska earthquake[C]//Proceedings of the 10th U.S. National Conference on Earthquake Engineering Frontiers of Earthquake Engineering. Alaska：[s.n.], 2014.

[9] 国家地震局震害防御司. 中国近代震目录(公元1912年—1990年$Ms \geqslant 4.7$)[M]. 北京：中国科学技术出版社，1999.

[10] Liu H X. Seismic damage during great Tangshan earth-

quake (Vol. 1)[M]. Beijing, China: Seismology Press, 1986.

[11] Hatanaka M, Uchida A, Ohara J. Liquefaction characteristics of a gravelly fill liquefied during the 1995 Hyogo-Ken Nanbu Earthquake[J]. Soils and Foundations, 1997, 37(3): 107-115.

[13] Verdugo R. Comparing liquefaction phenomena observed during the 2010 Maule, Chile earthquake and 2011 Great East Japan earthquake[C]//Proceedings of the International Symposium on Engineering Lessons Learned from the 2011 Great East Japan Earthquake. Tokyo, Japan: [s.n.], 2012: 707-718.

[14] Bray J D, Olaya F R. 2022 H. Bolton Seed memorial lecture: evaluating liquefaction effects[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2023, 149(8): 03023002.

[15] Tanjung M I, Irsyam M, Sahadewa A, et al. Overview of flowslide in Petobo during liquefaction of the 2018 Palu Earthquake[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2023, 173: 108110.

[16] Bol E, Özocak A, Sert S, et al. Evaluation of soil liquefaction in the city of Hatay triggered after the February 6, 2023 Kahramanmaraş-Türkiye earthquake sequence[J]. Engineering Geology, 2024, 339: 107648.

[17] NASEM (National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine). State of the art and practice in the assessment of earthquake-induced soil liquefaction and its consequences[M]. Washington, DC: National Academies Press, 2021.

[18] Huang W X. Criterion for the stability of saturated sand foundations and slopes against liquefaction[J]. Science China, 1960, 9(1): 62-67.

[19] 汪闻韶. 饱和砂土振动孔隙水压力试验研究[J]. 水利学报, 1962, 2: 37-47.
Wang W S. Study on pore water pressures of saturated sands due to vibration[J]. Shuili Xuebao, 1962, 2: 37-47. (in Chinese)

[20] Seed H B, Lee K L. Liquefaction of saturated sands during cyclic loading[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1966, 92(6): 105-134.

[21] 汪闻韶. 一个飽和粉質壤土的振动試驗[J]. 水利学报, 1965, 1: 49-55.

[22] Lee M K, Finn W D L. DESRA-1, Program for the dynamic effective stress response analysis of soil deposits including liquefaction evaluation[R]. Vancouver, B.C. Canada: Department of Civil Engineering, University of British Columbia, 1975.

[23] Stuedlein A W, Alemu B, Evans T M, et al. PEER workshop on liquefaction susceptibility[R]. Pacific Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, CA: University of California, 2023.

[24] Ishihara K. Liquefaction and flow failure during earthquakes[J]. Géotechnique, 1993, 43(3): 351-451.

[25] De Alba P, Chan C K, Seed H B. Determination of soil liquefaction characteristics by large scale laboratory tests[R]. Berkeley, CA: University of California, 1975.

[26] Kammerer A M. Undrained response of Monterey 0/30 sand under multidirectional cyclic simple shear loading conditions[R]. Berkeley, CA: University of California, 2002.

[27] Ishihara K. Soil behaviour in earthquake geotechnics[M]. New York: Oxford University Press, 1996.

[28] Chen G X, Wu Q, Zhou Z L, et al. Undrained anisotropy and cyclic resistance of saturated silt subjected to various patterns of principal stress rotation[J]. Géotechnique, 2020, 70(4): 317-331.

[29] Chen G X, Ma W J, Qin Y, et al. Liquefaction susceptibility of saturated coral sand subjected to various patterns of principal stress rotation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2021, 147(9): 04021093.

[30] Chen G X, Qin Y, Wu Q, et al. A unified model of cyclic shear-volume coupling and excess pore water pressure generation for sandy soils under various cyclic loading patterns[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2024, 150(9): 04024075.

[31] Zhou X Z, Stuedlein A W, Chen Y M, et al. Cyclic response of loose anisotropically-consolidated calcareous sand under progressive wave-induced elliptical stress paths[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2020, 146(12): 04020143.

[32] Zhou X Z, Stuedlein A W, Chen Y M, et al. Cyclic strength of loose anisotropically-consolidated calcareous sand under standing waves and assessment using the unified cyclic stress ratio[J]. Engineering Geology, 2021, 289: 106171.

[33] Kramer S L. Geotechnical earthquake engineering[M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1996.

[34] Chen G X, Wu Q, Zhao K, et al. A binary packing material-based procedure for evaluating soil liquefaction triggering during earthquakes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2020, 146(6):

04020040.

[35] Dadashiserej A, Jana A, Stuedlein A W, et al. Cyclic resistance models for transitional silts with application to subduction zone earthquakes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2024, 150(2): 04023135.

[36] Stuedlein A W, Dadashiserej A, Jana A, et al. Liquefaction susceptibility and cyclic response of intact nonplastic and plastic silts[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2023, 149(1): 04022125.

[37] Seed H B, Idriss I M. Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1971, 97(SM9): 1249-1273.

[38] Whitman R V. Resistance of soil to liquefaction and settlement[J]. Soils and Foundations, 1971, 11(4): 59-68.

[39] Xie J F. Empirical criteria of sand liquefaction. Special session on earthquake engineering in China[C]//Proceedings of the Second US National Conference on Earthquake Engineering. Stanford, CA: Stanford University, 1979.

[40] Andrus R D, Stokoe II K H. Liquefaction resistance of soils from shear-wave velocity[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(11): 1015-1025.

[41] Youd T L, Idriss I M. Liquefaction resistance of soils: Summary report from the 1996 NCEER and 1998 NCEER/NSF workshops on evaluation of liquefaction resistance of soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(10): 817-833.

[42] Juang C H, Jiang T, Andrus R D. Assessing probability-based methods for liquefaction potential evaluation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(7): 580-589.

[43] Juang C H, Yuan H M, Lee D H, et al. Assessing CPT-based methods for liquefaction evaluation with emphasis on the cases from the Chi-Chi, Taiwan, earthquake[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2002, 22(3): 241-258.

[44] Robertson P K. Interpretation of cone penetration tests-a unified approach[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, 46(11): 1337-1355.

[45] Idriss I M, Boulanger R W. Soil Liquefaction during Earthquakes[R]. Oakland, CA: Earthquake Engineering Research Institute, 2008.

[46] Idriss I M, Boulanger R W. SPT-based liquefaction triggering procedures[R]. Davis, California: Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, 2010.

[47] Boulanger R W, Idriss I M. Probabilistic standard penetration test-based liquefaction-triggering procedure[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2012, 138(10): 1185-1195.

[48] Kayen R, Moss R E S, Thompson E M, et al. Shear-wave velocity-based probabilistic and deterministic assessment of seismic soil liquefaction potential[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, 139(3): 407-419.

[49] Chen G X, Xu L Y, Kong M Y, et al. Calibration of a CRR model based on an expanded SPT-based database for assessing soil liquefaction potential[J]. Engineering Geology, 2015, 196: 305-312.

[50] Chen G X, Kong M Y, Sara K, et al. Calibration of V_s-based empirical models for assessing soil liquefaction potential using expanded database[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2019, 78: 945-957.

[51] Cetin K O, Seed R B, Kayen R E, et al. SPT-based probabilistic and deterministic assessment of seismic soil liquefaction triggering hazard[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, 115: 698-709.

[52] Maurer B W, Green R A, Van Ballegooy S, et al. Development of region-specific soil behavior type index correlations for evaluating liquefaction hazard in Christchurch, New Zealand[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 117: 96-105.

[53] 陈国兴, 吴琪, 孙苏豫, 等. 土壤地震液化评价方法研究进展[J]. 防灾减灾工程学报, 2021, 41(4): 677-709,733.
Chen G X, Wu Q, Sun S Y, et al. Advances in soil liquefaction triggering procedures during earthquakes: retrospect and prospect[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2021, 41(4): 677-709, 733. (in Chinese)

[54] Nicholson P G. Liquefaction evaluation discrepancies in tropical lagoonal soils[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2006, 24(5): 1259-1269.

[55] Seed H B, Martin P P, Lysmer J. The generation and dissipation of pore water pressures during soil liquefaction[R]. Berkeley, CA: University of California, 1975.

[56] Vucetic M, Dobry R. Pore pressure build-up and liquefaction at level sandy sites during earthquakes[R]. Troy, NY: Rensselaer Polytechnic Institute, 1986.

[57] Hashash Y M A. DEEPSOIL V 3.7, Tutorial and User Manual, 2002-2009[R]. Urbana, Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2009.

[58] Chen G X, Wang Y Z, Zhao D F, et al. A new effective stress method for nonlinear site response analyses [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2021, 50(6): 1595-1611.

[59] Booker J R, Rahman M S, Seed H B. GADFLEA: A computer program for the analysis of pore pressure generation and dissipation during cyclic or earthquake loading[R]. Berkeley, CA: California of California, 1976.

[60] Dobry R, Pierce W G, Dyvik R, et al. Pore pressure model for cyclic straining of sand[R]. Troy, NY: Rensselaer Polytechnic Institute, 1985.

[61] Polito C P, Green R A, Lee J. Pore pressure generation models for sands and silty soils subjected to cyclic loading [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134(10): 1490-1500.

[62] Matasovic N, Ordóñez G A. D-MOD2000: A computer program for seismic response analysis of horizontally layered soil deposits, earthfill dams, and solid waste landfills (user's manual) [R]. Lacey, WA: GeoMotions, LLC, 2010.

[63] Baziar M H, Shahnazari H, Sharafi H. A laboratory study on the pore pressure generation model for Firouzkooh silty sands using hollow torsional test[J]. International Journal of Civil Engineering, 2011, 9(2): 126-134.

[64] Pan K, Yang Z X. Effects of initial static shear on cyclic resistance and pore pressure generation of saturated sand [J]. Acta Geotechnica, 2018, 13(2): 473-487.

[65] Chen G X, Qin Y, Ma W J, et al. Liquefaction susceptibility and deformation characteristics of saturated coral sandy soils subjected to cyclic loadings-a critical review [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2024, 23(1): 261-296.

[66] Prasanna R, Sivathayalan S. Liquefaction characteristics of sand under complex seismic loading paths [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2024, 150(10): 04024098.

[67] Chen G X, Zhao D F, Chen W Y, et al. Excess pore-water pressure generation in cyclic undrained testing[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2019, 145(7): 04019022.

[68] 王炳辉. 江苏沿江(海)地区新近沉积土动力特性试验研究[D]. 南京: 南京工业大学, 2010.
Wang B H. Experimental study on dynamic properties of recently deposited soils in riverine and coastal area in Jiangsu Province[D]. Nanjing: Nanjing Tech University, 2010. (in Chinese)

[69] 马维嘉. 复杂应力条件下饱和南沙珊瑚砂液化特性试验研究[D]. 南京:南京工业大学, 2021.
Ma W J. Experimental study on the liquefaction characteristic of saturated Nansha coral sand under complex stress conditions[D]. Nanjing: Nanjing Tech University, 2021. (in Chinese)

[70] 周恩全. 基于流体力学原理的砂土液化及液化效应研究[D]. 南京: 南京工业大学, 2014.
Zhou E Q. The study and test on liquefaction of sand and effect of sand liquefaction [D]. Nanjing: Nanjing Tech University, 2014. (in Chinese)

[71] 杨铮涛. 循环加载频率对饱和珊瑚砂动力变形与液化特性的影响[D]. 南京: 南京工业大学, 2023.
Yang Z T. Deformation feature and liquefaction susceptibility of saturated coral sand subjected to cyclic loadings with different frequencies [D]. Nanjing: Nanjing Tech University, 2023. (in Chinese)

[72] Wu Q, Qin Y, Wang L Y, et al. Development characteristics of excess pore water pressure in saturated marine coral sand based on shear strain characteristics: an experimental study [J]. Applied Ocean Research, 2023, 137: 103594.

[73] 秦悠. 复杂循环加载下饱和珊瑚砂液化机理与超静孔压增长模型的试验研究[D]. 南京: 南京工业大学, 2024.
Qin Y. Liquefaction mechanism and excess pore-water pressure generation mod cyclic loadingel for saturated coral sandy soils subjected to complex cyclic loadings [D]. Nanjing: Nanjing Tech University, 2024. (in Chinese)

[74] Chen G X, Xiao X, Wu Q, et al. New paradigm for sand liquefaction under cyclic loadings[J]. Engineering Geology, 2025, 351: 108041.

[75] Dobry R, Ladd R S, Yokel F Y, et al. Prediction of pore water pressure buildup and liquefaction of sands during earthquakes by the cyclic strain method [R]. Washington, DC: US Department of Commerce, 1982.

[76] Vucetic M. Cyclic threshold shear strains in soils [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 120(12): 2208-2228.

[77] 杨铮涛，秦悠，吴琪，等. 加载频率对饱和珊瑚砂剪切模量硬化和衰退特性的影响[J]. 土木工程学报，2024，57(5)：99-106.
Yang Z T，Qin Y，Wu Q，et al. Effect of loading frequency on the stiffening and decline characteristics of shear modulus of saturated coral sand[J]. China Civil Engineering Journal，2024，57(5)：99-106.（in Chinese）

[78] Vucetic M，Mortezaie A. Cyclic secant shear modulus versus pore water pressure in sands at small cyclic strains[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering，2015，70：60-72.

[79] Vucetic M，Thangavel H，Mortezaie A. Cyclic secant shear modulus and pore water pressure change in sands at small cyclic strains[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering，2021，147(5)：04021018.

[80] Mortezaie A R. Cyclic threshold strains in clays versus sands and the change of secant shear modulus and pore water pressure at small cyclic strains[D]. Los Angeles：University of California，2012.

[81] Ladd R S，Dobry R，Dutko P，et al. Pore-water pressure buildup in clean sands because of cyclic straining[J]. Geotechnical Testing Journal，1989，12(1)：77-86.

[82] Saathoff J E，Achmus M. Excess pore pressure accumulation in sands：A shear strain threshold concept for optimization of a laboratory testing programme[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering，2023，165：107721.

[83] Jana A，Dadashiserej A，Zhang B C，et al. Multidirectional vibroseis shaking and controlled blasting to determine the dynamic in situ response of a low-plasticity silt deposit[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering，2023，149(3)：04023006.

[84] Chung R M，Yokel F Y，Wechsler H. Pore pressure buildup in resonant column tests[J]. Journal of Geotechnical Engineering，ASCE，1984，110(2)：247-261.

[85] Hazirbaba K，Rathje E M. Pore pressure generation of silty sands due to induced cyclic shear strains[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering，2009，135(12)：1892-1905.

[86] Dyvik R，Dobry R，Thomas G E，et al. Influence of consolidation shear stresses and relative density on threshold strain and pore pressure during cyclic straining of saturated sands[R]. Washington，D.C.：U.S. Army Corps of Engineers，1984.

[87] (National Research Council)NRC. Liquefaction of soils during earthquakes[R]. Washington，D.C：Committee on earthquake engineering，Committee on engineering and technical systems，1985.

[88] Hynes-Griffin M E. Pore pressure generation characteristics of gravel under undrained cyclic loading[D]. Berkeley，CA：University of California，1988.

[89] Kim D S，Choo Y W. Cyclic threshold shear strains of sands based on pore water pressure buildup and variation of deformation characteristics[J]. International Journal of Offshore and Polar Engineering，2006，16(1)：57-64.

[90] Chang W J，Rathje E M，Stokoe K H，et al. In situ pore-pressure generation behavior of liquefiable sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering，2007，133(8)：921-931.

[91] Hsu C C，Vucetic M. Volumetric threshold shear strain for cyclic settlement[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering，2004，130(1)：58-70.

[92] Youd T L. Compaction of sands by repeated shear straining[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division，ASCE，1972，98(7)：709-725.

[93] Silver M，Seed H B. Volume changes in sands during cyclic loading[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division，ASCE，1971，97(9)：1171-1182.

[94] Cox B R. Development of direct test method for dynamically assessing the liquefaction resistance of soils in situ[D]. Austin，TX：University of Texas，2006.

[95] Dobry R，Abdoun T. An investigation into why liquefaction charts work：a necessary step towards integrating the states of art and practice[C]//Proceedings of 5th International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering. San Tiago，Chile：[s. n.]，2011：13-44.

[96] Chen G X，Zhou Z L，Sun T，et al. Shear modulus and damping ratio of sand-gravel mixtures over a wide strain range[J]. Journal of Earthquake Engineering，2019，23(8)：1407-1440.

[97] Chen G X，Zhou Z L，Pan H，et al. The influence of undrained cyclic loading patterns and consolidation states on the deformation features of saturated fine sand over a wide strain range[J]. Engineering Geology，

2016, 204: 77-93.

[98] Zhuang H Y, Wang R, Chen G X, et al. Shear modulus reduction of saturated sand under large liquefaction-induced deformation in cyclic torsional shear tests [J]. Engineering Geology, 2018, 240: 110-122.

[99] Qin Y, Yang Z T, Long H, et al. Threshold strain for the accumulation of excess pore-water pressure in saturated coral sands under complex cyclic loading patterns [J]. Ocean Engineering, 2024, 310: 118691.

[100]Martin G R, Seed H B, Finn W D L. Fundamentals of liquefaction under cyclic loading[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1975, 101(5): 423-438.

[101]Green R A, Mitchell J K, Polito C P. An energy-based excess pore pressure generation model for cohesionless soils[C]//Proceedings of the John Booker Memorial Symposium-Developments in Theoretical Geomechanics. Rotterdam, Netherlands: A. A. Balkema, 2000: 383-390.

[102]Kokusho T, Tanimoto S. Energy capacity versus liquefaction strength investigated by cyclic triaxial tests on intact soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2021, 147(4): 04021006.

[103]Nemat-Nasser S, Shokooh A. A unified approach to densification and liquefaction of cohesionless sand in cyclic shearing[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1979, 16(4): 659-678.

[104]Simcock K J, Davis R O, Berrill J B, et al. Cyclic triaxial tests with continuous measurement of dissipated energy[J]. Geotechnical Testing Journal, 1983, 6(1): 35-39.

[105]Hamada M, Wakamatsu K. A study on ground displacement caused by soil liquefaction[C]//Proceedings of Japan Society of Civil Engineering. [S.l.]:[s.n.], 1998: 596, 189-208.

[106]Zhou E Q, Lv C, Wang Z H, et al. Fluid characteristic of saturated sands under cyclic loading[C]//Proceedings/Geo-Shanghai 2014/Advances in soil dynamics and foundation engineering. [S. l.]: [s. n.], 2014: 178-186.

[107]王志华, 周恩全, 陈国兴.孔压增长后的饱和砂土流体特性及其孔压相关性[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(3): 528-533.
Wang Z H, Zhou E Q, Chen G X. Fluid characteristics dependent on excess pore water pressure of saturated sand after growth of pore pressure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(3): 528-533. (in Chinese)

[108]Chen G X, Zhou E Q, Wang Z H, et al. Experimental investigation on fluid characteristics of medium dense saturated fine sand in pre-and post-liquefaction[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2016, 14(8): 2185-2212.

[109]Chen G X, Wu Q, Sun T, et al. Cyclic behaviors of saturated sand-gravel mixtures under undrained cyclic triaxial loading[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2021, 25(4): 756-789.

[110]Banerjee A, Puppala A J, Hoyos L R. Liquefaction assessment in unsaturated soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2022, 148(9): 04022067.

[111]Mele L, Tian J T, Lirer S, et al. Liquefaction resistance of unsaturated sands: experimental evidence and theoretical interpretation[J]. Géotechnique, 2019, 69(6): 541-553.

[112]Mele L, Lirer S, Flora A. Induced partial saturation: From mechanical principles to engineering design of an innovative and eco-friendly countermeasure against earthquake-induced soil liquefaction[J]. Geosciences, 2024, 14(6): 140.

[113]Mele L, Lirer S, Flora A. Experimental study of factors affecting the viscosity-based pore pressure generation model and the pseudo plastic behaviour of liquefiable soils[J]. Soils and Foundations, 2024, 64(3): 101466.

[114]Qin Y, Du X Y, Yang Z T, et al. Characteristics of solid-liquid phase transformation of saturated coral sand subjected to various patterns of cyclic loading[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2023, 60(11):1681-1694.

[115]Wang Z H, Ma J L, Gao H M, et al. Unified thixotropic fluid model for soil liquefaction[J]. Géotechnique, 2020, 70(10): 849-862.

[116]Jana A. Stuedlein A W. Dynamic in situ nonlinear inelastic response of a deep medium dense sand deposit [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2021, 147(6): 04021039.

[117]Amirova L M, Andrianova K A, Gaifutdinov A M, et al. A new perspective on the glass transition, tack and rheology of oligomeric epoxy resins [J]. Journal of

Non-Crystalline Solids, 2024, 646: 123261.

[118]Marek A A, Verney V. Photochemical reactivity of PLA at the vicinity of glass transition temperature. The photo-rheology method[J]. European Polymer Journal, 2016, 81: 239-246.

[119]Belyaev A. G. A note on invariant three-point curvature approximations (singularity theory and differential equations) [J]. RIMS Kokyuroku, 1999, 1111: 157-164.

[120]Ma Q, He X, Zhou Y G, et al. An approach to DEM simulation of hollow torsional shear tests for achieving general loading paths[J]. Computers and Geotechnics, 2024, 172: 106402.

[121]王志华, 周恩全, 陈国兴, 等. 循环荷载下饱和砂土固-液相变特征[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(9): 1604-1610.
Wang Z H, Zhou E Q, Chen G X, et al. Characteristics of solid-liquid phase change of saturated sand under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(9): 1604-1610.(in Chinese)

[122]Gao H M, Sun J J, Stuedlein A W, et al. Flowability of saturated sands under cyclic loading and the viscous fluid flow failure criterion for liquefaction triggering[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2024, 150(1): 04023130.

[123]Chen G X, Liang K, Zhao Ket al. Shear modulus and damping ratio of saturated coral sand under generalised cyclic loadings [J]. Géotechnique, 2022, 74 (2): 116-133.

[124]Liang K, Chen G X, Du X, et al. A unified formula for small-strain shear modulus of sandy soils based on extreme void ratios [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2023, 149 (2): 04022127.

[125]吴琪. 基于二元介质模型的饱和砂类土地震液化评价方法[D]. 南京: 南京工业大学, 2019.
Wu Q. A new procedure for assessing Seismic liquefaction triggering of saturated sandy soils based on binary packing model[D]. Nanjing: Nanjing Tech University, Nanjing, 2019. (in Chinese)

[126]孙田. 围填海工程场地典型土动力特性试验研究[D]. 南京: 南京工业大学, 2019.
Sun T. Some engineering behavior of cyclic triaxial tests on typical marine soils and sand-gravel mixtures for coastal reclamation site[D]. Nanjing: Nanjing Tech University, 2015.(in Chinese)

[127]孙苏豫. 基于室内试验的砂砾土地震液化评价方法[D]. 南京: 南京工业大学, 2022.
Sun S Y. A novel laboratory-derived method of seismic liquefaction triggering on gravelly sandy soils[D]. Nanjing: Nanjing Tech University, 2022.(in Chinese)

[128]陈国兴, 孙田, 王炳辉, 等. 循环荷载作用下饱和砂砾土的破坏机理与动强度[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(12): 2140-2148.
Chen G X, Sun T, Wang B H, et al. Undrained cyclic failure mechanisms and resistance of saturated sand-gravel mixtures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(12): 2140-2148.(in Chinese)

[129]陈国兴, 孙苏豫, 吴琪, 等. 基于剪切波速的砂砾土地震液化评价新方法[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(10): 1763-1771.
Chen G X, Sun S Y, Wu Q, et al. Shear wave velocity-based new procedure for assessing seismic liquefaction triggering of sand-gravel soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(10): 1763-1771.(in Chinese)

[130]土的工程分类标准: GB/T 50145—2007[S]. 北京: 中国计划出版社, 2008.

[131]Lade P V, Liggio C D, Yamamuro J A. Effects of non-plastic fines on minimum and maximum void ratios of sand [J]. Geotechnical Testing Journal, 1998, 21(4): 336-347.

[132]吴琪, 孙苏豫, 杭天柱, 等. 砂-粉混合料颗粒接触状态的临界条件确定[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2024, 45(2): 277-283,297.
Wu Q, Sun S Y, Hang T Z, et al. Procedure for characterizing the critical particle contact state of sand-fines mixtures[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2024, 45(2): 277-283, 297.(in Chinese)

[133]Evans M D, Zhou S P. Liquefaction behavior of sand-gravel composites[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1995, 121(3): 287-298.

[134]Thevanayagam S. Liquefaction potential and undrained fragility of silty soils[C]//Proceedings of 12th World Conference Earthquake Engineering. Auckland, New Zealand: New Zealand Society of Earthquake Engineering, 2000.

[135]Thevanayagam S, Martin G R. Liquefaction in silty soils-screening and remediation issues[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2002, 22 (9-12):

1035-1042.

[136]Xia P, Zhou Y G, Chen Y M. An improved characterization model of liquefaction resistance by shear wave velocity for binary mixtures with consideration of coarse content[J]. Engineering Geology, 2024, 332: 107459.

[137]Rahman M M, Lo S R, Gnanendran C T. On equivalent granular void ratio and steady state behaviour of loose sand with fines[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, 45(10): 1439-1456.

[138]Rahman M M, Lo S R, Gnanendran C T. Reply to the discussion by Wanatowski and Chu on "On equivalent granular void ratio and steady state behaviour of loose sand with fines"[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, 46(4): 483-486.

[139]Rahman M M, Lo S R, Baki M A L. Equivalent granular state parameter and undrained behaviour of sand-fines mixtures[J]. Acta Geotechnica, 2011, 6(4): 183-194.

[140]Huang Y T, Huang A B, Kuo Y C, et al. A laboratory study on the undrained strength of a silty sand from Central Western Taiwan[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2004, 24(9): 733-743.

[141]Polito C P, Martin J R. Effects of nonplastic fines on the liquefaction resistance of sands[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2001, 127(5): 408-415.

[142]Polito C P. The effects of non-plastic and plastic fines on the liquefaction of sandy soils[D]. Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 1999.

[143]Thevanayagam S, Shenthan T, Mohan S, et al. Undrained fragility of clean sands, silty sands, and sandy silts[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, 128(10): 849-859.

[144]Thevanayagam S. Role of intergranular contacts on mechanisms causing liquefaction and slope failures in silty sands[R]. USA: US Geological Survey, Department of Interior, 2003.

[145]Prakasha K S, Chandrasekaran V S. Behavior of marine sand-clay mixtures under static and cyclic triaxial shear[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(2): 213-222.

[146]Yang S L, Lacasse S, Sandven R F. Determination of the transitional fines content of mixtures of sand and non-plastic fines[J]. Geotechnical Test Journal, 2006, 29(2): 102-107.

[147]Yang J, Wei L M. Collapse of loose sand with the addition of fines: the role of particle shape[J]. Géotechnique, 2012, 62(12): 1111-1125.

[148]陈宇龙，张宇宁. 非塑性细粒对饱和砂土液化特性影响的试验研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(2): 507-516.
Chen Y L, Zhang Y N. Experimental study of effects of non-plastic fines on liquefaction properties of saturated sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(2): 507-516. (in Chinese)

[149]Belkhatir M, Schanz T, Arab A. Effect of fines content and void ratio on the saturated hydraulic conductivity and undrained shear strength of sand-silt mixtures[J]. Environmental Earth Sciences, 2013, 70(6): 137-151.

[150]Karim M E, Alam M J. Undrained monotonic and cyclic response of sand-silt mixtures[J]. International Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 10(3): 223-235.

[151]Dash H K, Sitharam T G, Baudet B A. Influence of non-plastic fines on the response of a silty sand to cyclic loading[J]. Soils and Foundations, 2010, 50(5): 695-704.

[152]Hsiao D H, Phan V T A, Hsieh Y T, et al. Engineering behavior and correlated parameters from obtained results of sand - silt mixtures[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 77: 137-151.

[153]Lade P V, Yamamuro J A. Effects of nonplastic fines on static liquefaction of sands[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1997, 34(6): 918-928.

[154]Naeini S A, Baziar M H. Effect of fines content on steady-state strength of mixed and layered samples of a sand[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2004, 24(3): 181-187.

[155]朱建群，孔令伟，高文华，等. 无黏性混合土临界细粒含量的多途径判别研究[J]. 水利学报, 2015, 46(9): 1103-1109.
Zhu J Q, Kong L W, Gao W H, et al. Multi-ways to identify the transitional fine content of cohesionless soil with fines[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 46(9): 1103-1109. (in Chinese)

[156]Xenaki V C, Athanasopoulos G A. Liquefaction resistance of sand-silt mixtures: an experimental investigation of the effect of fines[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2003, 23(3): 1-12.

[157]Papadopoulou A, Tika T. The effect of fines on critical state and liquefaction resistance characteristics of non-plastic silty sands[J]. Soils and Foundations, 2008, 48(5): 713-725.

[158]杭天柱,郭冰冰,肖兴,等.粗-细粒混合料最小孔隙比的经验预测模型[J/OL].土木工程学报,https://doi.org/ 10.15951/j.tmgcxb.24010063.

[159]Mohammadi A, Qadimi A. A simple critical state approach to predicting the cyclic and monotonic response of sands with different fines contents using the equivalent intergranular void ratio [J]. Acta Geotechnica, 2015, 10(5): 587-606.

[160]Xia P, Yu D G, Luo H D, et al. Scaling law for correcting the gravel content effect due to scalping techniques by DEM investigations[J]. Computers and Geotechnics, 2025, 178: 106954.

[161]吴琪, 李浩, 陈国兴. 基于基本物理指标的饱和砂类土液化评价方法的通用性[J]. 防灾减灾工程学报, 2021, 41(4):883-892.
Wu Q, Li H, Chen G X. Applicability of the evaluation method for saturated sandy soil liquefaction based on basic physical index [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2021, 41(4): 883-892. (in Chinese)

[162]吴琪, 陈国兴, 朱雨萌, 等. 基于等效骨架孔隙比指标的饱和砂类土抗液化强度评价[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(10): 1912-1922.
Wu Q, Chen G X, Zhu Y M, et al. Evaluating liquefaction resistance of saturated sandy soils based on equivalent skeleton void ratio[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(10): 1912-1922. (in Chinese)

[163]吴琪, 陈国兴, 周正龙, 等. 细粒含量对细粒—砂粒—砾粒混合料动强度的影响[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(6): 1038-1047.
Wu Q, Chen G X, Zhou Z L, et al. Influences of fines content on cyclic resistance ratio of fines-sand-gravel mixtures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(6): 1038-1047. (in Chinese)

[164]吴琪, 陈国兴, 周正龙, 等. 基于颗粒接触状态理论的粗细粒混合料液化强度试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(3): 475-485.
Wu Q, Chen G X, Zhou Z L, et al. Experimental investigation on liquefaction resistance of fine-coarse-grained soil mixtures based on theory of intergrain contact state[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(3): 475-485. (in Chinese)

[165]刘抗, 陈国兴, 吴琪, 等. 循环加载方向对饱和珊瑚砂液化特性的影响[J]. 岩土力学, 2021, 42(7): 1951-1960.
Liu K, Chen G X, Wu Q, et al. Effects of cyclic loading directions on liquefaction characteristics of saturated coral sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, 42(7): 1951-1960. (in Chinese)

[166]刘抗. 细粒含量对饱和南沙珊瑚砂动力变形与液化特性影响的试验研究[D]. 南京: 南京工业大学, 2021.
Liu K. Experimental study on the effect of fines content on dynamic deformation and liquefaction characteristics of saturated coral sand in Nansha Islands[D]. Nanjing: Nanjing Tech University, 2021. (in Chinese)

[167]Sitharam T G, Dash H K, Jakka R S. Postliquefaction undrained shear behavior of sand-silt mixtures at constant void ratio[J]. International Journal of Geomechanics, 2013, 13(4): 421-429.

[168]Chang W J, Hong M L. Effects of clay content on liquefaction characteristics of gap-graded clayey sands [J]. Soils and Foundations, 2008, 8(1): 101-114.

[169]Kim U, Kim D, Zhuang L. Influence of fines content on the undrained cyclic shear strength of sand-clay mixtures[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, 83: 124-134.

[170]Kuerbis R H. The effect of gradation and fines content on the undrained loading response of sand[D]. Vancouver: University of British Columbia, 1989.

[171]Stamatopoulos C A. An experimental study of the liquefaction strength of silty sands in terms of the state parameter[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 2010, 30(8): 662-678.

[172]Akhila M, Rangaswamy K, Sankar N. Undrained response and liquefaction resistance of sand-silt mixtures [J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2019, 37(4): 2729-2745.

[173]Dobry R, Abdoun T. Recent findings on liquefaction triggering in clean and silty sands during earthquakes [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2017, 143(10): 04017077.

[174]Wichtmann T, Navarrete Hernández M A, Triantafyllidis T. On the influence of a non-cohesive fines content on small strain stiffness, modulus degradation and damping of quartz sand[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 69: 103-114.

[175]Goudarzy M, Rahman M M, König D, et al. Influence of non-plastic fines content on maximum shear modulus of granular materials[J]. Soils and Foundations, 2016, 56(6): 973-983.

[176]Yang J, Liu X. Shear wave velocity and stiffness of

sand: the role of non-plastic fines[J]. Géotechnique, 2016, 66(6): 500-514.

[177]Payan M, Senetakis K, Khoshghalb A, et al. Characterization of the small-strain dynamic behaviour of silty sands; contribution of silica non-plastic fines content [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 102: 232-240.

[178]Salgado R, Bandini P, Karim A. Shear strength and stiffness of silty sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(5): 451-462.

[179]Seed H B. Soil liquefaction and cyclic mobility evaluation for level ground during earthquakes[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1979, 105(2): 201-255.

[180]Baxter C D P, Bradshaw A S, Green R A, et al. Correlation between cyclic resistance and shear-wave velocity for providence silts[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2008, 134(1): 37-46.

[181]Seed H B, Peacock W H. Test procedures for measuring soil liquefaction characteristics[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1971, 97(8): 1099-119.

[182]Boulanger R W, Meyers M W, Mejia L H, et al. Behavior of a fine-grained soil during the Loma Prieta earthquake[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1998, 35(1):146-158.

[183]Bray J D, Sancio R B. Assessment of the liquefaction susceptibility of fine-grained soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, 132(9): 1165-1177.

[184]Dobry R, Abdoun T, Stokoe II K H, et al. Liquefaction potential of recent fills versus natural sands located in high-seismicity regions using shear-wave velocity[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, 141(3): 04014112.

[185]Rodriguez-Arriaga E, Green R A. Assessment of the cyclic strain approach for evaluating liquefaction triggering[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2018, 113: 202-14.

[186]Cao Z Z, Youd T L, Yuan X M. Gravelly soils that liquefied during 2008 Wenchuan, China earthquake, $M_s = 8.0$[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2011, 31(8): 1132-1143.

[187]Yang J, Sato T, Li X S. Nonlinear site effects on strong ground motion at a reclaimed island[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000, 37(1): 26-39.

[188]Youd T L, Carter B L. Influence of soil softening and liquefaction on spectral acceleration[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(7): 811-825.

[189]El-Sekelly W, Dobry R, Abdoun T. Assessment of state-of-practice use of field liquefaction charts at low and high overburden using centrifuge experiments[J]. Engineering Geology, 2023, 312: 106952.

[190]Chen G X, Ruan B, Zhao K, et al. Nonlinear response characteristics of undersea shield tunnel subjected to strong earthquake motions[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2020, 24(3): 351-380.

[191]赵丁凤, 阮滨, 陈国兴, 等. 基于Davidenkov骨架曲线模型的修正不规则加卸载准则与等效剪应变算法及其验证[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(5): 888-895.
Zhao D F, Ruan B, Chen G X, et al. Validation of modified irregular loading-unloading rules based on Davidenkov skeleton curve and its equivalent shear strain algorithm implemented in ABAQUS[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(5): 888-895. (in Chinese)

[192]Taslimi A, Petrone F, Pitarka A. Characteristics of vertical ground motions and their effect on the seismic response of bridges in the near-field: A state-of-the-art review[J]. Journal of Bridge Engineering, 2024, 29(6): 03124001.

[193]Ruan B, Ji H W, Ye Y P, et al. A numerical separation method for incident wave of ground motion in time domain[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2022, 163: 107550.

[194]Miao Y, Yao E L, Ruan B, et al. Seismic response of shield tunnel subjected to spatially varying earthquake ground motions[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, 77: 216-226.

[195]Liu W X, Juang H C, Chen Q S, et al. Dynamic site response analysis in the face of uncertainty-an approach based on response surface method[J]. International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics, 2021, 45: 1854-1867.

[196]陈国兴, 岳文泽, 阮滨, 等. 金塘海峡海床地震反应特征的二维非线性分析[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(11): 1967-1975.
Chen G X, Yue W Z, Ruan B, et al. Two-dimensional nonlinear seismic response analysis for seabed site effect assessment in Jintang Strait[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(11): 1967-1975. (in

Chinese)

[197]Zhuang H Y, Zhao D F, Chen G X, et al. Three-dimensional numerical investigation on seismic response of subway station in liquefied soil by the loosely coupled effective stress model[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2022, 27(13): 3607-3631.

[198]He H J, Ji H W, Shi Y, et al. Nonlinear seismic response analysis of liquefiable sites based on effective stress method[J]. Computers and Geotechnics, 2024, 175: 106684.

[199]Long X H, Ma Y T, Miao Y, et al. Longitudinal seismic fragility analysis of long tunnels under multiple support excitation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2023, 164: 107608.

[200]Lv H, Chen S L. Seismic response characteristics of nuclear island structure at generic soil and rock sites[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2023, 22(3): 667-688.

[201]Lv H, Chen S L. Analysis of nonlinear soil-structure interaction using partitioned method[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2022, 162: 107470.

[202]Chen J N, Xu C S, El Naggar H M, et al. Quantification of seismic performance index limits and evaluation of seismic fragility for a new rectangular prefabricated subway station structure[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2023, 138: 105183.

[203]Clayton C R I. Stiffness at small strain: research and practice[J]. Géotechnique, 2011, 61(1): 5-37.

[204]Lo Presti D C, Jamiolkowski M, Pallara O, et al. Shear modulus and damping of soils[J]. Géotechnique, 1997, 47(3):603-617.

[205]Qin Y, Ma W J, Xu Z H, et al. Effects of consolidation conditions on the dynamic shear modulus of saturated coral sand over a wide strain range[J]. Engineering Geology, 2023, 324: 107260.

[206]Darvasi Y. Shear-wave velocity measurements and their uncertainties at six industrial sites[J]. Earthquake Spectra, 2021, 37(3): 2223-2246.

[207]Wu Q, Hang T Z, Jiang J W, et al. A binary packing material-based method for estimating small-strain shear modulus of sandy soils[J]. Acta Geotechnica, 2024, 19(9): 6357-6373.

[208]Hang T Z, Fan H F, Xiao X, et al. Prediction model for small-strain shear modulus of non-plastic fine-coarse-grained soil mixtures based on extreme void ratios[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2024, 176: 108279.

[209]Liu X, Yang J, Wang G H, et al. Small-strain shear modulus of volcanic granular soil: an experimental investigation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2016, 86: 15-24.

[210]Senetakis K, Anastasiadis A, Pitilakis K. The small-strain shear modulus and damping ratio of quartz and volcanic sands[J]. Geotechnical Testing Journal, 2012, 35(6): 964-980.

[211]Wichtmann T, Triantafyllidis T. Influence of the grain-size distribution curve of quartz sand on the small strain shear modulus G_{max}[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135(10): 1404-1418.

[212]Youn J U, Choo Y W, Kim D S. Measurement of small-strain shear modulus G_{max} of dry and saturated sands by bender element, resonant column, and torsional shear tests[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, 45(10): 1426-1438.

[213]Morsy A M, Salem M A, Elmamlouk H H. Evaluation of dynamic properties of calcareous sands in Egypt at small and medium shear strain ranges[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 116: 692-708.

[214]Catano-Arango J. Stress strain behavior and dynamic properties of Cabo Rojo calcareous sands[D]. PR: University of Puerto Rico, 2006.

[215]Jafarian Y, Javdanian H. Dynamic properties of calcareous sand from the Persian Gulf in comparison with siliceous sands database[J]. International Journal of Civil Engineering, 2020,18(2): 245-249.

[216]Senetakis K, He H. Dynamic characterization of a biogenic sand with a resonant column of fixed-partly fixed boundary conditions[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 95: 180-187.

[217]Ha Giang P H, Van Impe P O, Van Impe W F, et al. Small-strain shear modulus of calcareous sand and its dependence on particle characteristics and gradation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 100: 371-379.

[218]Shi J Q, Haegeman W, Xu T. Effect of non-plastic fines on the anisotropic small strain stiffness of a calcareous sand[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2020, 139: 106381.

[219]Bayat M, Ghalandarzadeh A. Influence of depositional method on dynamic properties of granular soil[J]. International Journal of Civil Engineering, 2019, 17(6):

907-920.

[220]Gu X Q, Yang J, Huang M S, et al. Bender element tests in dry and saturated sand: signal interpretation and result comparison[J]. Soils and Foundations, 2015, 55(5): 952-963.

[221]Yamashita S, Kawaguchi T, Nakata Y, et al. Interpretation of international parallel test on the measurement of G_{max} using bender elements[J]. Soils and Foundations, 2009, 49(4): 631-650.

[222]Ruan B, Miao Y, Cheng K, et al. Study on the small strain shear modulus of saturated sand-fines mixtures by bender element test[J]. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2021, 25(1): 28-38.

[223]Matasović N, Vucetic M. Cyclic characterization of liquefiable sands[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1993, 119(11): 1805-1822.

[224]Oppenheim A V, Schafer R W. Digital signal processing[M]. Englewood Heights, NJ, USA: Prentice-Hall, 1975.

[225]Doygun O, Brandes H G. High strain damping for sands from load-controlled cyclic tests: Correlation between stored strain energy and pore water pressure[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2020, 134: 106134.

[226]Fardad Amini P, Huang D R, Wang G, et al. Effects of strain history and induced anisotropy on reliquefaction resistance of Toyoura sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2021, 147(9): 04021094.

[227]Karimzadeh A A, Leung A K, Hosseinpour S, et al. Monotonic and cyclic behaviour of root-reinforced sand[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2021, 58: 1915-1927.

[228]Chitravel S, Otsubo M, Kuwano R. Effects of seepage flow on liquefaction resistance of uniform sand and gap-graded soil under undrained cyclic torsional shear[J]. Soils and Foundations, 2023, 63(5): 101363.

[229]Zuo K L, Gu X Q, Liu H Y, et al. Influences of particle size distribution and fines content on the excess pore water pressure generation of sand-silt mixtures under cyclic loading[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2023, 174: 108201.

[230]Fardad Amini P, Wang G. Integrated effects of inherent and induced anisotropy on reliquefaction resistance of Toyoura sand with different strain histories[J]. Géotechnique, 2024, 74(12): 1276-1290.

[231]Tan J, Ren F F, Gao Y. Experimental study on shear behavior of marine sands subjected to acidic conditions[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2024, 83(9): 368.

[232]Wu Q, Liu Q F, Zhuang H Y, et al. Liquefaction characteristics of saturated marine coral sand with different non-plastic fines content subjected to complex cyclic stress paths[J]. Ocean Engineering, 2023, 281: 114794.

[233]陈国兴, 刘雪珠, 朱定华, 等. 苏南地区新近沉积土的动力特性研究[J]. 地下空间与工程学报, 2005, 1(7): 1139-1142.
Chen G X, Liu X Z, Zhu D H, et al. Study on dynamic characteristics of recently deposited soils in southern area of Jiangsu Province[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2005, 1(7): 1139-1142. (in Chinese)

[234]陈国兴, 刘雪珠, 朱定华, 等. 南京新近沉积土动剪切模量比与阻尼比的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(8): 1023-1027.
Chen G X, Liu X Z, Zhu D H, et al. Experimental studies on dynamic shear modulus ratio and damping ratio of recently deposited soils in Nanjing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(8): 1023-1027. (in Chinese)

[235]陈国兴, 王炳辉, 刘建达. 新近沉积土的动剪切模量和阻尼比试验研究[J]. 地下空间与工程学报, 2008, 4(3): 539-543, 594.
Chen G X, Wang B H, Liu J D. Experimental study on dynamic shear modulus and damping ratio of recently deposited soils[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2008, 4(3): 539-543, 594. (in Chinese)

[236]陈国兴, 卜屹凡, 周正龙, 等. 沉积相和深度对第四纪土动剪切模量和阻尼比的影响[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(7): 1344-1350.
Chen G X, Bu Y F, Zhou Z L, et al. Influence of sedimentary facies and depth on normalized dynamic shear modulus and damping ratio of quaternary soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(7): 1344-1350. (in Chinese)

[237]Zhang Y, Zhao K, Peng Y J, et al. Dynamic shear modulus and damping ratio characteristics of undisturbed marine soils in the Bohai Sea, China[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2022, 21(2): 297-312.

[238]Hashash Y M A, Park D. Non-linear one-dimensional seismic ground motion propagation in the Mississippi embayment[J]. Engineering Geology, 2001, 62(1): 185-206.

[239]Tao Y M, Rathje E. Insights into modeling small-strain site response derived from downhole array data[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2019, 145(7): 04019023.

[240]Lee K L, Albaisa A. Earthquake induced settlements in saturated sands[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1974, 100(4): 387-406.

[241]Yu M H. Unified strength theory and its applications[M]. Berlin: Springer, 2004.

[242]李建国. 波浪荷载作用下饱和钙质砂动力特性的试验研究[D]. 武汉: 武汉岩土力学研究所, 2005.
Li J G. Experimental research on dynamic behaviour of saturated calcareous sand under wave loading[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2005. (in Chinese)

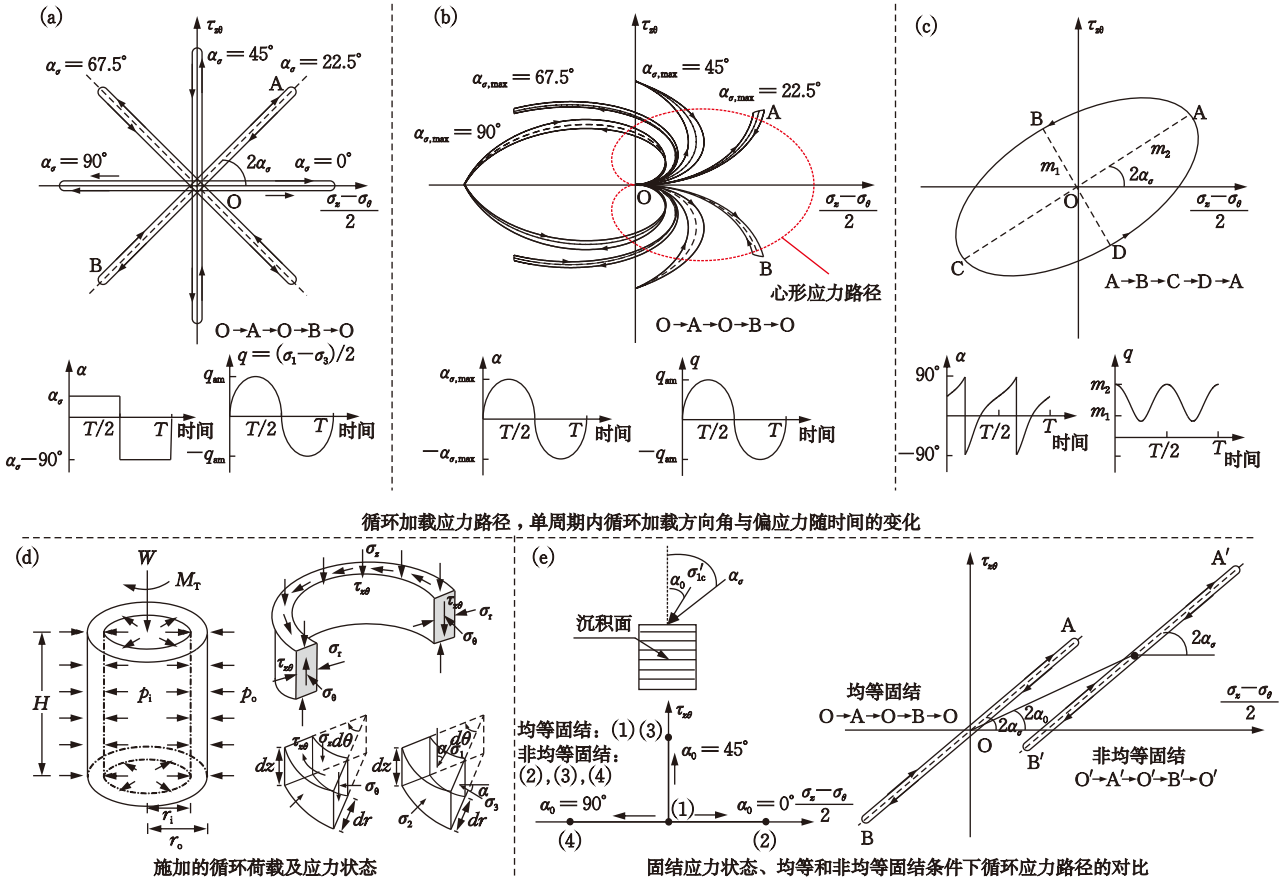
[243]张克绪. 饱和砂土液化应力条件[J]. 地震工程与工程振动, 1984, 4(1): 99-109.
Zhang K X. Stress condition inducing liquefaction of saturated sand[J]. Chinese Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1984, 4(1): 99-109. (in Chinese)

[244]陈国兴. 岩土地震工程学[M]. 北京:科学出版社, 2007.

[245]Ma W J, Qin Y, Wu Q, et al. Cyclic failure mechanisms of saturated marine coral sand under various consolidations[J]. Applied Ocean Research, 2023, 131: 103450.

(本文编辑:赵霞)

附录A　多向循环加载空心圆柱试样的应力应变分量与循环应力路径



图A-1　多向循环加载空心圆柱试样的应力状态、应力/应变分量及循环应力路径示意图

Fig.A-1　Schematic diagrams of stress states, stress/strain components, and cyclic stress paths in a hollow cylindrical specimen subjected to various multi-directional cyclic loadings

注：σ_z、σ_r、σ_θ和$\tau_{z\theta}$分别表示竖向、径向、环向和扭转剪应力分量；σ_1、σ_2和σ_3分别表示大主应力、中主应力和小应力分量；α_σ为循环加载序列的初始主应力方向；$\alpha_{\sigma,\max}$为主应力偏离纵轴的最大倾角；m_1和m_2分别为短轴和长轴的长度；q为循环偏应力；q_{am}为循环偏应力幅值

附录B　多向循环加载空心圆柱试样的应力/应变分量的数据解释方程

变量	应力分量	应变分量	波形函数
竖向	$\sigma_z=\frac{W}{\pi(r_o^2-r_i^2)}+\frac{p_o r_o^2-p_i r_i^2}{r_o^2-r_i^2}$	$\varepsilon_z=\frac{z}{H}$	
径向	$\sigma_r=\frac{p_o r_o+p_i r_i}{r_o+r_i}$	$\varepsilon_r=-\frac{u_o-u_i}{r_o-r_i}$	$W(t)=q(t)\pi(r_o^2-r_i^2)\left(\frac{1-2b}{2}+\frac{3}{2}\cos[2\alpha(t)]\right)$
环向	$\sigma_\theta=\frac{p_o r_o-p_i r_i}{r_o-r_i}$	$\varepsilon_\theta=-\frac{u_o+u_i}{r_o+r_i}$	$M_T(t)=\frac{2\pi(r_o^3-r_i^3)}{3}q(t)\sin[2\alpha(t)]$
剪切	$\tau_{z\theta}=\frac{3M_T}{2\pi(r_o^3-r_i^3)}$	$\gamma_{z\theta}=\frac{2\theta(r_o^3-r_i^3)}{3H(r_o^2-r_i^2)}$	$p_o(t)=\frac{m}{r_o}q(t)-\frac{r_o-r_i}{2r_o}q(t)\cos[2\alpha(t)]+p$
大主应力/应变	$\sigma_1=\frac{\sigma_z+\sigma_\theta}{2}+\sqrt{(\frac{\sigma_z-\sigma_\theta}{2})^2+\tau_{z\theta}^2}$	$\varepsilon_1=\frac{\varepsilon_z+\varepsilon_\theta}{2}+\sqrt{(\frac{\varepsilon_z-\varepsilon_\theta}{2})^2+\gamma_{z\theta}^2}$	$p_i(t)=\frac{n}{r_i}q(t)+\frac{r_o-r_i}{2r_i}q(t)\cos[2\alpha(t)]+p$
中主应力/应变	$\sigma_2=\sigma_r$	$\varepsilon_2=\varepsilon_r$	$m=(r_o+r_i)\frac{2b-1}{3}-(r_o-r_i)\frac{2b-1}{6}$
小主应力/应变	$\sigma_3=\frac{\sigma_z+\sigma_\theta}{2}-\sqrt{(\frac{\sigma_z-\sigma_\theta}{2})^2+\tau_{z\theta}^2}$	$\varepsilon_3=\frac{\varepsilon_z+\varepsilon_\theta}{2}-\sqrt{(\frac{\varepsilon_z-\varepsilon_\theta}{2})^2+\gamma_{z\theta}^2}$	$n=(r_o+r_i)\frac{2b-1}{3}+(r_o-r_i)\frac{2b-1}{6}$
偏应力/应变	$q=(\sigma_1-\sigma_3)/2$	$\gamma_q=(\varepsilon_1-\varepsilon_3)/2$	$\alpha=\frac{1}{2}\arctan(\frac{2\tau_{z\theta}}{\sigma_z-\sigma_\theta})$
广义剪应力/应变	$q_g=\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2]}$	$\gamma_g=\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_1-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2]}$	$b=\frac{\sigma_2-\sigma_3}{\sigma_1-\sigma_3}$
平均主应力	$p=(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3$		

注：r_o为试样外径；r_i为试样内径；H为试样高度；z为试样轴向变形；θ为试样扭转变形；u_o为试样外侧径向变形；u_i为试样内侧径向变；b为中主应力系数；α为大主应偏离轴（竖）向的角度；t为时间；W为施加于试样的轴力；M_T为施加于试样的扭矩；p_o为施加于试样的外压；p_i为施加于试样的外压

附录C　USR的定义及与CSR的关系

C1 静剪应为零时单元体循环应力比USR的定义及表达式[28,69]

对于均等固结（静剪应$\tau_s=0$）的情况，引入新的指标－单元体循环应力比USR（unit cyclic stress ratio），用以表征多向循环加载下试样的整体应力水平，推导的USR表达式可消除循环中主应力和循环应力路径的影响。对于多向循环加载试验，静/动荷载联合作用下试样受到的$\sigma_1(t)$，$\sigma_2(t)$和$\sigma_3(t)$的变化分别用$\Delta\sigma_{1d}(t)$，$\Delta\sigma_{2d}(t)$和$\Delta\sigma_{3d}(t)$表示，分别为：

$$\Delta\sigma_{1d}(t)=\sigma_1(t)-p \tag{C-1}$$

$$\Delta\sigma_{2d}(t)=\sigma_2(t)-p \tag{C-2}$$

$$\Delta\sigma_{3d}(t)=\sigma_3(t)-p \tag{C-3}$$

式中，p为总平均主应力且循环加载期间保持为常数。在$(\sigma_z-\sigma_\theta)/2-\tau_{z\theta}$平面内的应力状态取决于$\Delta\sigma_{1d}(t)$和$\Delta\sigma_{3d}(t)$，与$\Delta\sigma_{2d}(t)$无关。需注意，不同循环加载方式和应力路径下$\Delta\sigma_{1d}(t)$和$\Delta\sigma_{3d}(t)$的变化是不一样的，且在所考虑的循环加载条件下始终满足$\Delta\sigma_{1d}(t)\geqslant 0$和$\Delta\sigma_{3d}(t)\leqslant 0$。基于这些特性，采用$\Delta\sigma_{1d}(t)$和$\Delta\sigma_{3d}(t)$在一个循环加载周期$T$内与时间轴的面积作为表征不同循环加载方式和应力路径影响的指标。

以图C1(a)所示斜椭圆应力路径为例：长轴与短轴长度比$m_2/m_1=2$，长轴方向角$\beta=30°$，中主应力系数$b=0.5$。外压$\Delta p_{od}(t)$（$=p_o(t)$-p）和内压$\Delta p_{id}(t)$（$=p_i(t)$-p）在一个周期T内的变化如图C1(b)所示；循环轴力$W(t)$和扭矩$M_T(t)$在一个周期内的变化如图C1(c)所示。附录B给出了$W(t)$，$M_T(t)$，$p_{od}(t)$和$p_{id}(t)$的波形函数表达式。图C1中对4个变量$W(t)$、$M_T(t)$、$\Delta p_{od}(t)$和$\Delta p_{id}(t)$均通过q_{am}进行归整化。

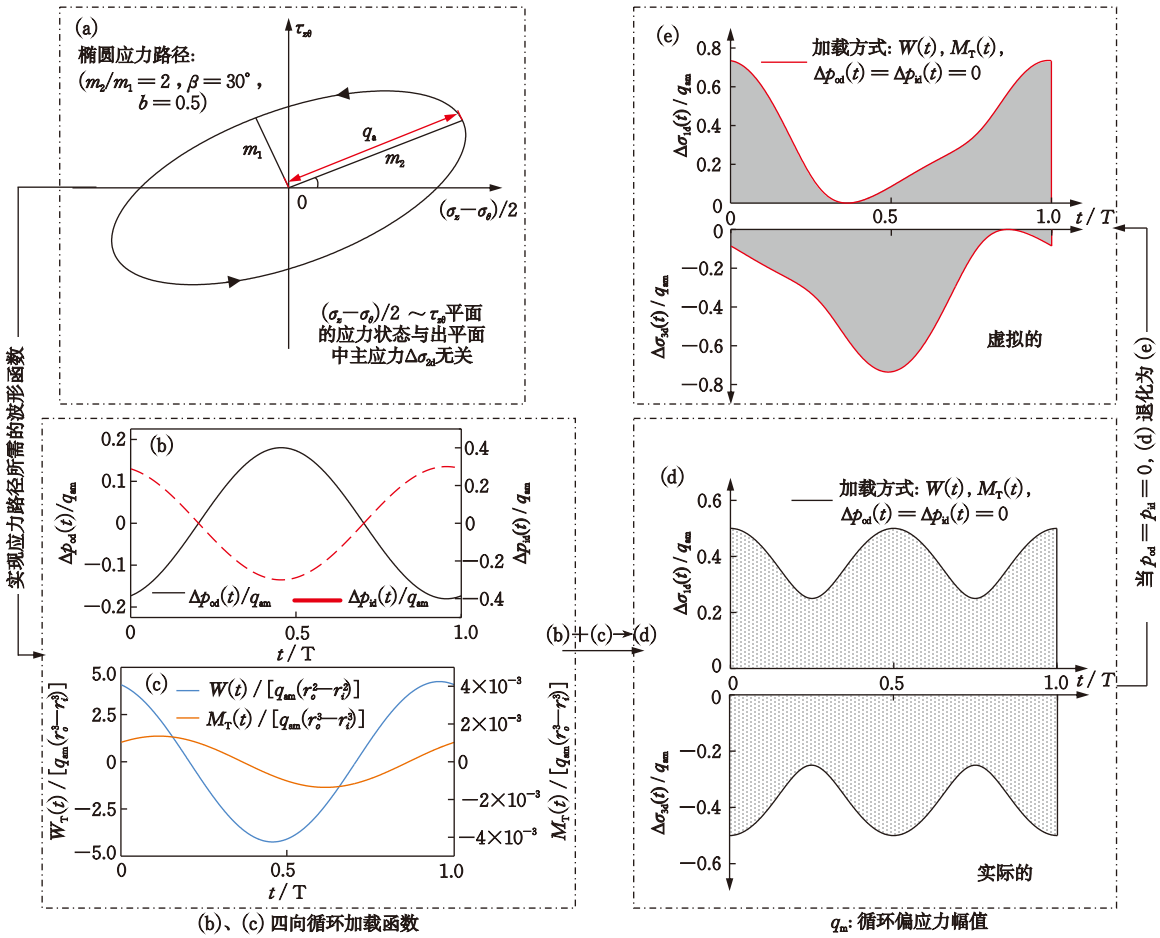
结合图C1(b)和图C1(c)，可得到归整化的$\Delta\sigma_{1d}(t)$和$\Delta\sigma_{3d}(t)$，如图C1(d)所示。在一个周期内$\Delta\sigma_{1d}(t)$和$\Delta\sigma_{3d}(t)$与时间轴的总面积计为A_p，而$\Delta\sigma_{1d}(t)$与时间轴的面积减去$\Delta\sigma_{3d}(t)$与时间轴的面积计为A_q，即：

$$A_p=\int_0^T[\Delta\sigma_{1d}(t)+|\Delta\sigma_{3d}(t)|]\mathrm{d}t \tag{C-4}$$

$$A_{\mathrm{q}}=\left|\int_{0}^{T}\left[\Delta\sigma_{1\mathrm{d}}(t)-|\Delta\sigma_{3\mathrm{d}}(t)|\right]\mathrm{d}t\right| \tag{C-5}$$

由于$(\sigma_z-\sigma_\theta)/2-\tau_{z\theta}$平面内的应力状态与$\Delta\sigma_{2\mathrm{d}}(t)$无关，因此不同循环加载条件下$\Delta\sigma_{2\mathrm{d}}(t)$的影响可以被消除。这样，假设$\Delta\sigma_{2\mathrm{d}}(t)=0$，$\Delta p_{\mathrm{od}}(t)=\Delta p_{\mathrm{id}}(t)=0$，则$A_{\mathrm{p}}$和$A_{\mathrm{q}}$可分别被化简为$A_{\mathrm{p0}}$和$A_{\mathrm{q0}}$的形式（图C1(e)）：

$$A_{\mathrm{p0}}=2\int_{0}^{T}\sqrt{\left(\frac{W(t)}{2\pi(r_o^2-r_i^2)}\right)^2+\left(\frac{3M_{\mathrm{T}}(t)}{2\pi(r_{\mathrm{o}}^3-r_{\mathrm{i}}^3)}\right)^2}\,\mathrm{d}t \tag{C-6}$$



图C-1　斜椭圆循环应力路径下单元体循环应力比USR的计算示意图[28,69]

Fig.C-1　Schematic diagrams of calculation of unit cyclic stress ratio (USR) for an oblique elliptical stress path[28,69]

$$A_{\mathrm{q0}}=\left|\int_{0}^{T}\left(\frac{W(t)}{\pi(r_{\mathrm{o}}^2-r_{\mathrm{i}}^2)}\right)\mathrm{d}t\right| \tag{C-7}$$

由此引入单元体循环应力比（unit cyclic stress ratio，USR）的概念，并定义为：

$$\mathrm{USR}=C_1C_2\,\mathrm{CSR} \tag{C-8}$$

其中

$$\mathrm{CSR}=q_{\mathrm{am}}/p_0' \tag{C-9}$$

$$C_1=A_{\mathrm{p0}}/A_{\mathrm{M}} \tag{C-10}$$

$$C_2=\left(1-A_{\mathrm{q0}}/A_{\mathrm{p0}}\right)^{C_3} \tag{C-11}$$

式中，q_{am}为循环偏应力幅值；p_0'为初始有效固结应力；$A_{\mathrm{M}}=1.27q_{\mathrm{am}}T$，$A_{\mathrm{M}}$为仅施加循环扭矩$M_{\mathrm{T}}(t)$时的参考

值A_{p0}，T为循环加载周期；$W(t)$为循环轴力；C_3为经验指数，通常取$C_3=0.1$。表C-1给出了常见四向循环加载方式下的A_{p0}、A_{q0}、C_1、C_2值。

表C-1　不同的四向循环加载条件下A_{p0}、A_{q0}、C_1、C_2的值[28,69]

Table C-1　A_{p0}, A_{q0}, $C_1$and C_2values of different cyclic loading conditions[28,69]

循环加载方式	α_σ或$\alpha_{\sigma,max}$/(°)	b值	A_{p0}	A_{q0}	C_1	C_2
主应力轴方向角90°突变，四向循环加载(W、M、p_o、p_i)	0	0.5	0.95 $q_{am}T$	0	0.75	1.00
	22.5		1.13 $q_{am}T$	0	0.89	1.00
	45		1.27 $q_{am}T$	0	1.00	1.00
	67.5		1.13 $q_{am}T$	0	0.89	1.00
	90		0.95 $q_{am}T$	0	0.75	1.00
主应力轴连续旋转，四向循环加载(W、M、p_o、p_i)	22.5	0.5	1.08 $q_{am}T$	0.77 $q_{am}T$	0.84	0.88
	45		1.22 $q_{am}T$	0.29 $q_{am}T$	0.96	0.97
	67.5		1.19 $q_{am}T$	0.25 $q_{am}T$	0.93	0.98
	90		1.06 $q_{am}T$	0.62 $q_{am}T$	0.83	0.92
主应力轴连续旋转，四向循环加载(W、M、p_o、p_i)	30	0	1.34 $q_{am}T$	0.95 $q_{am}T$	1.06	0.88
	45		1.33 $q_{am}T$	0.61 $q_{am}T$	1.05	0.94
	60		1.24 $q_{am}T$	0.24 $q_{am}T$	0.97	0.98
	75		1.06 $q_{am}T$	0.09 $q_{am}T$	0.83	0.99
	90		0.88 $q_{am}T$	0.30 $q_{am}T$	0.69	0.96

注：b为循环加载中主应力系数

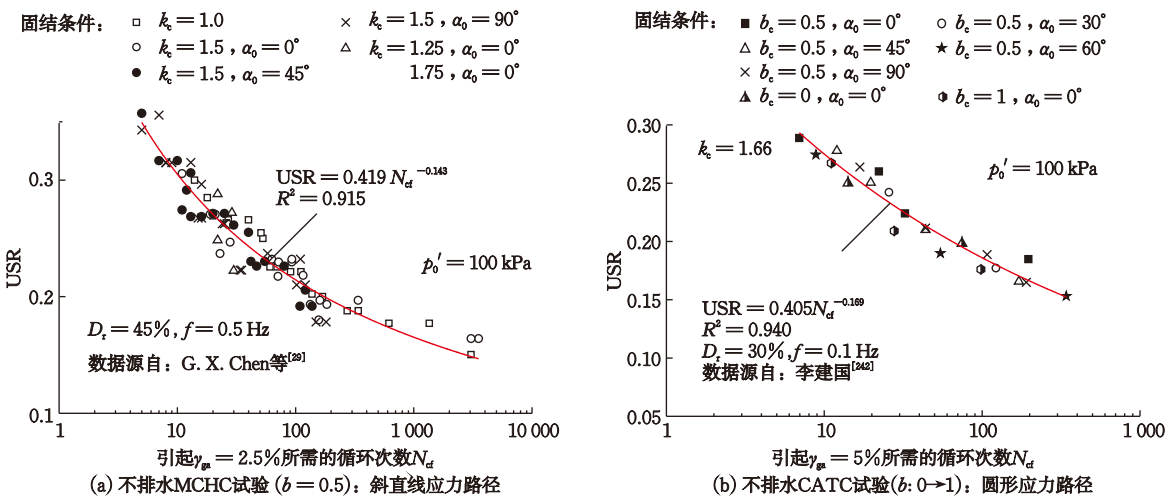
C2 静剪应力非零时单元体循环应力比USR的定义及表达式[29,69]

将USR拓展至非均等固结($\tau_s\neq0$)的情况，可推导出消除初始静主应力及方向和中主应力影响的拓展的USR表达式。基于M. H. Yu[241]提出的双剪强度理论，土单元体上主正应力σ_{13}和主剪应力τ_{13}可分别定义为：

$$\sigma_{13}=(\sigma_1+\sigma_3)/2 \tag{C-12}$$

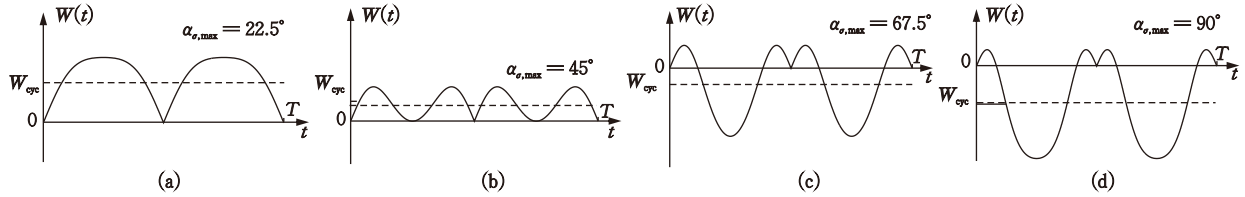
$$\tau_{13}=(\sigma_1-\sigma_3)/2 \tag{C-13}$$

则试样固结后土单元体上的有效主正应力σ'_{13c}和主剪应力τ_{13c}的表达式为：



图C-2　不同的固结条件和循环加载条件下饱和SCS珊瑚砂的USR-N_{cf}曲线[29,242]

Fig.C-2　USR-N_{cf} curves of saturated SCS coral sand specimen under different consolidation conditions and cyclic loadings[29,242]



图C-3　应力主轴连续旋转时循环轴向力 $W_d(t)$ 的波形[29]

Fig. C-3　Waveforms of cyclic axial loading $W_d(t)$ for continuous rotation of principal stress axis[29]

$$\sigma'_{13c}=(\sigma'_{1c}+\sigma'_{3c})/2=(\sigma'_{zc}+\sigma'_{\theta c})/2 \tag{C-14}$$

$$\tau_{13c}=(\sigma'_{1c}-\sigma'_{3c})/2=\sqrt{(\sigma'_{zc}-\sigma'_{\theta c})^2/4+\tau^2_{z\theta c}} \tag{C-15}$$

需注意，在附录C2节中，下标“c”的含义指“试样固结后的…”。注意到固结后的有效中主应力 σ'_{2c} 垂直于 $(\sigma_z-\sigma_\theta)/2-\tau_{z\theta}$ 平面，因此，可消除 σ'_{2c} 的影响以简化计算过程。为此，可假设 σ'_{2c} 与内压 p'_{ic} 均等于外压 p'_{oc}，则 σ'_{13c} 和 τ_{13c} 分别退化为 σ'_{13c0} 和 τ_{13c0}：

$$\sigma'_{13c0}=\frac{W_c}{2\pi(r_o^2-r_i^2)}+p'_{oc} \tag{C-16}$$

$$\tau_{13c0}=\sqrt{\left(\frac{W_c}{2\pi(r_o^2-r_i^2)}\right)^2+\left(\frac{3M_{Tc}}{2\pi(r_o^3-r_i^3)}\right)^2} \tag{C-17}$$

则拓展的USR表达式定义为：

$$\mathrm{USR}=\frac{C_1C_2}{D_1D_2}\mathrm{CSR} \tag{C-18}$$

$$D_1=(\sigma'_{13c0}/p'_{oc})^{D_3} \tag{C-19}$$

$$D_2=\sqrt{1-(\tau_{13c0}/\sigma'_{13c0})^2} \tag{C-20}$$

式中，D_3 是与固结类型有关的参数，对常规固结下的试验（三轴试验、空心圆柱扭剪试验），$D_3=1.0$；对 K_0 固结下的试验，$D_3=1.2$；对于45°剪切面上正应力保持一致的固结类型（即 $(\sigma'_{1c}+\sigma'_{3c})/2$ 为定值），$D_3=1.6$。

表C-2给出了循环应力90°跳转（直线型循环应力路径）情况下典型非均等固结条件的 D_1、D_2 值（以常规的固结类型为基准，取 $D_3=1.0$）。对于均等固结条件，$D_1=D_2=1$。

图C-2展示了G. X. Chen等[65]和李建国[242]在不同的固结条件和循环加载条件下饱和SCS珊瑚砂的不排水循环试验结果。可以发现，不排水MCHC试验和CATC试验测量的数据点对（USR，N_{cf}）都落在一个窄的带状区域内。这充分验证了拓展USR表达式的普适性。

需注意，对于应力主轴连续旋转的循环加载条件，循环轴力 $W(t)$ 的波形并非关于时间轴对称的。图C-3展示了 $\alpha_{\sigma,\max}=22.5°$、45°、67.5°和90°时 $W(t)$ 的波形。可以看到，当 $\alpha_{\sigma,\max}=22.5°$ 或45°时，$W(t)$ 的方向均为正方向，意味着试样在轴向一直受压应力的作用；而当 $\alpha_{\sigma,\max}=67.5°$ 或90°时，$W(t)$ 虽然方向有变化，但由于 $W(t)$ 在正负方向上最大值的绝对值是不同的，可能会导致土样循环抗力的差异。

在非均等固结条件下，由于 $\tau_s\neq0$，$W(t)$ 的非对称性会增强或减弱固结轴应力对试样的影响。为了量化 $W(t)$ 对非均等固结条件下的轴应力影响，采用等效轴力 W_e 对固结结束时的轴力 W_c 进行修正：

$$W_e=W_c+\sqrt{k_c-1}\ W_{cyc} \tag{C-21}$$

其中，W_{cyc} 为等效循环轴力，定义为：

$$W_{cyc}=\frac{1}{T}\int_0^T W(t)\,\mathrm{d}t \tag{C-22}$$

则 σ'_{13c0} 和 τ_{13c0} 可分别修正为 σ'_{13e} 和 τ_{13e}：

表 C-2　不同固结条件下线形循环应力路径的 D_1、D_2 值[69]

Table C-2　D_1 and D_2 values of linear-shaped stress paths under different consolidation conditions[69]

固结中主应力系数 b_c	固结应力比 k_c	固结方向 α_c/(°)	D_1	D_2
0↔1	1.0	-	1.00	1.00
0.5	1.5	0	1.16	0.99
0.5	1.25	0	1.09	1.00
0.5	1.75	0	1.22	0.99
0.5	1.5	45	1.00	0.98
0.5	1.5	90	0.86	0.98

注：k_c 定义为初始有效大、小固结主应力之比，$k_c=\sigma'_{1c}/\sigma'_{3c}$；$\alpha_c$ 为初始有效固结大主应力与竖轴的夹角

$$\sigma'_{13e}=\frac{1}{2}\frac{W_e}{\pi(r_o^2-r_i^2)}+p'_{oc} \tag{C-23}$$

$$\tau_{13e}=\sqrt{\left[\frac{W_e}{2\pi(r_o^2-r_i^2)}\right]^2+\left[\frac{3M_{Tc}}{2\pi(r_o^3-r_i^3)}\right]^2} \tag{C-24}$$

其中，D_1、D_2 可分别表示为：

$$D_1=(\sigma'_{13e}/p'_{oc})^{D_3} \tag{C-25}$$

$$D_2=\sqrt{1-(\tau_{13e}/\sigma'_{13e})^2} \tag{C-26}$$

因此，此时 D_1、D_2 还受循环轴力 $W(t)$ 的影响。

C3 循环三轴、循环扭剪和循环轴向-扭剪耦合试验中 USR 与 CSR 关系的推导[69,73]

C3.1 使用空心圆柱试样开展循环三轴试验，只施加循环轴力 $W(t)$，循环扭矩 $M_T(t)=0$

$$W(t)=2q_{am}\pi(r_o^2-r_i^2)\sin(t) \tag{C-27}$$

代入式(C-6)和式(C-7)积分可得：

$$A_{p0}=2\int_0^T|q_{am}\sin(t)|\mathrm{d}t=1.27q_{am}T \tag{C-28}$$

$$A_{q0}=\left|\int_0^T 2q_{am}\sin(t)\mathrm{d}t\right|=0 \tag{C-29}$$

由 USR 定义可知，$A_m=1.27q_{am}T$，则 $C_1=A_{p0}/A_M=1$，$C_2=\left(1-A_{q0}/A_{p0}\right)^{C_3}=1$，即：USR=CSR。

C3.2 使用空心圆柱试样开展纯循环扭剪试验，只施加循环扭矩 $M_T(t)$，循环轴力 $W(t)=0$

$$M_T(t)=q_{am}\frac{2\pi(r_o^2-r_i^2)}{3}\sin(t) \tag{C-30}$$

代入式(C-6)和式(C-7)积分可得：

$$A_{p0}=2\int_0^T|q_{am}\sin(t)|\mathrm{d}t=1.27q_{am}T \tag{C-31}$$

$$A_{q0}=0 \tag{C-32}$$

由 USR 定义可知，$A_m=1.27q_{am}T$，则 $C_1=A_{p0}/A_M=1$，$C_2=\left(1-A_{q0}/A_{p0}\right)^{C_3}=1$，即：USR=CSR。

C3.3 使用空心圆柱试样开展轴向-扭剪耦合试验，同时施加循环轴力 $W(t)$ 和扭矩 $M_T(t)$

当直线型循环(90°跳转)应力路径的循环加载方向角为任意 α 时，在偏应力平面上通过几何计算可得：

$$W(t)=2q_{am}\cos(2\alpha)\times\pi(r_o^2-r_i^2)\sin(t) \tag{C-33}$$

$$M_T(t)=q_{am}\sin(2\alpha)\times\frac{2\pi(r_o^2-r_i^2)}{3}\sin(t) \tag{C-34}$$

代入式(C-6)和式(C-7)积分可得：

$$A_{p0}=2\int_0^T\left|q_{am}\sqrt{\cos(2\alpha)^2+\sin(2\alpha)^2}\times\sin(t)\right|\mathrm{d}t=1.27q_{am}T \tag{C-35}$$

$$A_{q0}=\left|\int_0^T 2q_{am}\sin(t)\,\mathrm{d}t\right|=0 \tag{C-36}$$

由USR定义可知，$A_m=1.27q_{am}$T，则$C_1=A_{p0}/A_M=1$，$C_2=\left(1-A_{q0}/A_{p0}\right)^{C_3}=1$，即：USR=CSR。

附录D　室内单元试验试样和现场土的液化应力条件

利用不排水循环加载室内单元试验结果评价工程场地液化势，应考虑室内单元试验中试样的应力状态与在地震和海浪作用下现场土应力状态的差异。必须强调的是，室内单元试验只能近似模拟由地震和海浪引起的现场土应力条件。通过分析试样最大循环剪切面(最易液化平面)上的应力状态，可以模拟轴对称或一般平面应变条件下现场土的静应力和静-动耦合应力状态[109,243-244]。

对于受地震或海浪作用的水平成层场地，不排水CTX试验中试样45°平面上的循环应力路径可模拟自由场应力条件。最大循环剪切面(β平面)相对于固结主应力轴的倾角β可由下式确定[109,243]：

$$\cos 2\beta=-(\sigma'_{1c}-\sigma'_{3c})/(\sigma'_{1c}+\sigma'_{3c}) \tag{D-1}$$

因此，CTX试验试样与自由场土的β平面均仅取决于静应力状态。由此，β平面上的静剪应力比($\alpha_{\beta s}$，定义为静剪应力与静法向应力之比)和循环应力比($\alpha_{\beta d}$，定义为循环剪应力幅值与静法向应力之比)可表示为[29,109,243-244]：

$$\alpha_{\beta s}=(\sigma'_{1c}-\sigma'_{3c})/(2\sqrt{\sigma'_{1c}\sigma'_{3c}})=(k_c-1)/(2\sqrt{k_c}) \tag{D-2}$$

$$\alpha_{\beta d}=\sigma_d/(2\sqrt{\sigma'_{1c}\sigma'_{3c}})=\sigma_d/(2\sqrt{k_c}\,\sigma'_{3c}) \tag{D-3}$$

因此，对于均等和非均等固结不排水CTX试验的试样，USR $=\alpha_{\beta d}$。特别地，对于均等固结CTX试验，β平面为45°面，导致$\alpha_{\beta s}=0$。

在一般平面应变条件下，场地土的静法向应力和剪应力可通过莫尔应力圆(图D-1中的O_s)表示。地震或海浪引起的动法向和剪应力作用于土单元，导致莫尔应力圆的直径发生变化。图D-1中的O_{sd}为土单元的动应力莫尔圆，而静应力莫尔圆保持不变。同时，O_s对应于室内单元试验中试样固结结束时的应力状态，O_{sd}也代表不排水MCHC下试样的静-动耦合应力状态。如莫尔圆O_{sd}中与水平轴成β角的平面被识别为最大循环剪切面(法向应力$\sigma_{\beta s}$、静剪应力$\tau_{\beta s}$、循环剪应力幅值$\tau_{\beta d}$)，则β平面上的$\alpha_{\beta d}$可表示为[74]：

$$\alpha_{\beta d}=\frac{\tau_{\beta d}}{\sigma_{\beta s}}=\frac{\left(\sqrt{[(\sigma_{xs}-\sigma_{ys})+(\sigma_{xd}-\sigma_{yd})]^2+4(\tau_{xys}+\tau_{xyd})^2}-\sqrt{(\sigma_{xs}-\sigma_{ys})^2+4\tau_{xys}^2}\right)\sin 2\beta}{(\sigma_{xs}+\sigma_{ys})+\sqrt{(\sigma_{xs}-\sigma_{ys})^2+4\tau_{xys}^2}\cos 2\beta} \tag{D-4}$$

确定β平面的条件为$\mathrm{d}\alpha_{\beta d}/\mathrm{d}\beta=0$，据此可推导出：

$$\cos 2\beta=-\sqrt{(\sigma_{xs}-\sigma_{ys})^2+4\tau_{xys}^2}/(\sigma_{xs}+\sigma_{ys}) \tag{D-5}$$

因此，室内单元试验与现场土单元的β平面可仅由静应力状态唯一地确定。故$\alpha_{\beta s}$和$\alpha_{\beta d}$可写为[74]：

$$\alpha_{\beta s}=\tau_{\beta s}/\sigma_{\beta s}=\sqrt{(\sigma_{xs}-\sigma_{ys})^2+4\tau_{xys}^2}/(2\sqrt{\sigma_{xs}\sigma_{ys}-\tau_{xys}^2}) \tag{D-6}$$

$$\alpha_{\beta d}=\frac{\sqrt{[(\sigma_{xs}-\sigma_{ys})+(\sigma_{xd}-\sigma_{yd})]^2+4(\tau_{xys}+\tau_{xyd})^2}-\sqrt{(\sigma_{xs}-\sigma_{ys})^2+4\tau_{xys}^2}}{2\sqrt{\sigma_{xs}\sigma_{ys}-\tau_{xys}^2}} \tag{D-7}$$

特别地，当$\alpha_{\beta s}=0$或很小时，则$\sigma_{xs}\approx\sigma_{ys}$，$\tau_{xys}\approx 0$，导致

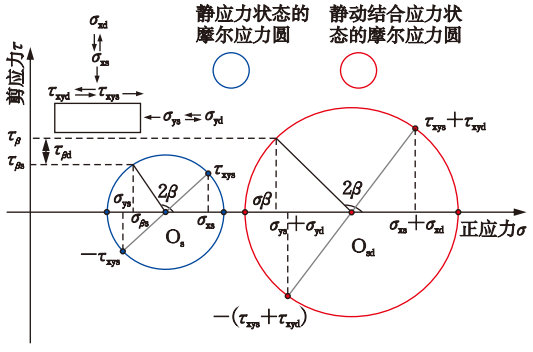
$$\alpha_{\beta d}\approx\frac{\sqrt{(\sigma_{xd}-\sigma_{yd})^2+4\tau_{xyd}^2}}{2\sqrt{\sigma_{xs}\sigma_{ys}}} \tag{D-8}$$

在一般平面应变条件下，现场土单元β平面的液化应力条件可表示为[243]：

$$\alpha_{\beta d}(1+C_{c1}\alpha_{\beta s})=C_{c2} \tag{D-9}$$

式(D-9)可改写为：

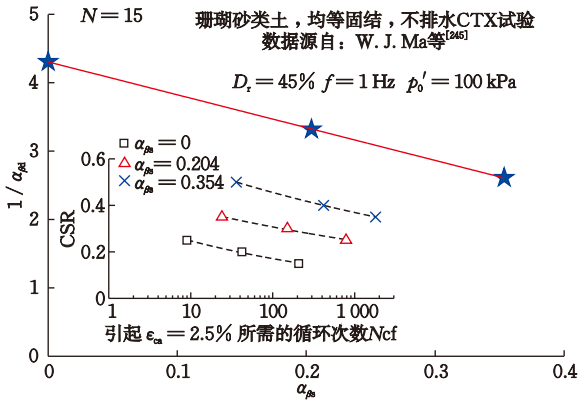
$$\frac{1}{\alpha_{\beta d}}=\frac{1}{C_{c2}}+\frac{C_{c1}}{C_{c2}}\alpha_{\beta s} \tag{D-10}$$



图D-1　一般平面应变条件下室内循环试验试样和场地土单元β面的应力状态及其摩尔应力圆[74]

Fig.D-1　Stress conditions and Mohr's stress circles at β-plane of soil element in cyclic laboratory test and field conditions[74]

对于给定的可液化土，基于不同静应力状态的不排水循环试验结果，绘制不同循环应力条件下试样液化触发时(对应$\varepsilon_{ca}=2.5\%$)β平面的$1/\alpha_{\beta d}$与$\alpha_{\beta s}$关系线(图D-2)，则在$\alpha_{\beta s}=0$处$C_{c2}=\alpha_{\beta d}$，而C_{c1}/C_{c2}为$1/\alpha_{\beta d}$与$\alpha_{\beta s}$关系线的斜率。



图D-2　不同固结条件下不排水CTX试验的试样初始液化时$1/\alpha_{\beta d}$与$\alpha_{\beta s}$关系线

Fig.D-2　$1/\alpha_{\beta d}$ versus $\alpha_{\beta s}$ curves for undrained CTX test specimens inducing liquefaction triggering under different consolidation conditions

对于给定初始物理状态的可液化土，不排水室内循环单元试验得到的USR-N_{clt}和USR-N_{cf}曲线均具有唯一性(图18，图C-2)。在室内单元试验中，USR方程的作用在本质上是将试样的3D循环应力条件简化为平面应变问题的2D循环应力条件。鉴于现场土单元在一般平面应变条件下的β平面具有唯一性，则可合理地推论[74]：(1)当$\alpha_{\beta s}=0$时，室内循环单元试验中的USR即代表现场土的$\alpha_{\beta d}$；(2)当$\alpha_{\beta s}\neq 0$时，室内循环单元试验中的USR应解释为现场土的$\alpha_{\beta d}(1+C_{c1}\alpha_{\beta s})$。